

**ACTIVIDADES LÚDICAS CON GEOGEBRA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO
GEOMÉTRICO Y LA MOTIVACIÓN EN BACHILLERATO INTERCULTURAL BILINGÜE
GEOGEBRA-BASED RECREATIONAL ACTIVITIES TO STRENGTHEN GEOMETRIC
REASONING AND MOTIVATION IN AN INTERCULTURAL BILINGUAL HIGH SCHOOL
PROGRAM**

Autores: ¹Johana Patricia Lozano Saca, ²Santiago Israel Apolo Mora, ³Roberto Barrera Jiménez y ⁴Hendy Maier Pérez Barrera.

¹ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0007-8230-8832>

²ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0001-6465-2986>

³ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5562-0053>

⁴ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1989-2136>

¹E-mail de contacto: jplozanos@ube.edu.ec

²E-mail de contacto: siapolom@ube.edu.ec

³E-mail de contacto: rbarreraj@ube.edu.ec

⁴E-mail de contacto: hmperezb@ube.edu.ec

Afiliación: ^{1*2*3*4}Universidad Bolivariana del Ecuador, (Ecuador).

Artículo recibido: 8 de Octubre del 2026.

Artículo revisado: 25 de Octubre del 2026.

Artículo aprobado: 25 de Octubre del 2026.

¹Licenciada en Pedagogía de la Matemática y la Física. Estudiante de la maestría con mención en Matemática de la Universidad Bolivariana del Ecuador, (Ecuador).

²Economista. Estudiante de la maestría con mención en Matemática de la Universidad Bolivariana del Ecuador, (Ecuador).

³Licenciado en Educación con especialidad en Matemática-Computación, graduado de la Universidad de Pinar del Río, (Cuba). Doctor en Ciencias Pedagógicas, graduado de la Universidad de Pinar del Río, (Cuba).

⁴Ingeniero en Informática, graduado de la Universidad de Pinar del Río, (Cuba). Magíster en Informática en Salud, graduado de la Universidad de Ciencias Médicas del Pinar de Río, (Cuba). Magíster en Educación Matemática, graduado de la Universidad Bolivariana del Ecuador, (Ecuador).

Resumen

La enseñanza de la geometría en secundaria incluye la visualización, la identificación de propiedades, la construcción, la transformación y la demostración. En este artículo se presenta la modificación de esas capacidades a partir de una secuencia de juegos mediada por GeoGebra, materiales manipulativos de bajo coste y referentes culturales locales. Los participantes fueron 64 estudiantes de 1.º de Bachillerato de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe "Tutin" de Ecuador. Se utilizó un método mixto durante un preexperimental de grupo único en el que se aplicó pretest y postest, un cuestionario de motivación, se hicieron observaciones de clase, se realizaron entrevistas cortas y se revisaron bitácoras y productos de aprendizaje. La

secuencia incluía: retos para trabajar en grupo, construcciones, comprobaciones, vocabulario geométrico español-kichwa, listas de cotejo y rúbricas cortas. La media del rendimiento en geometría pasó de 10,29 a 12,24 en el postest, $t(63) = 6,66$, $p < 0,001$, $d = 0,83$. La motivación se incrementó de 2,90 a 3,28, $t(63) = 5,35$, $p < 0,001$, $d = 0,67$. Se hallaron evidencias cualitativas de mayor precisión terminológica, uso de diferentes representaciones, colaboración y revisión de conjeturas. Sin embargo, estos cambios han de ser interpretados con cautela en ausencia de grupo de comparación.

Palabras clave: Aprendizaje de geometría, Actividades lúdicas, GeoGebra, Niveles de pensamiento geométrico, Educación intercultural bilingüe.

Abstract

Geometry education at the secondary level involves developing students' spatial visualization, identification of geometric properties, construction, transformation, and mathematical reasoning skills. This study examined changes in these competencies following the implementation of a playful instructional sequence supported by GeoGebra, low-cost manipulative materials, and local cultural references in an intercultural bilingual educational context. Participants were 64 first-year high school students from the Tutin Intercultural Bilingual Community Educational Unit in Ecuador. A mixed-method approach with a one-group pre-experimental pretest–posttest design was employed. Quantitative data were collected through a geometry achievement test and a motivation questionnaire, while qualitative evidence was obtained from classroom observations, short interviews, learning logs, and students' learning products. The six-session instructional sequence incorporated collaborative challenges, geometric constructions, dynamic verification with GeoGebra, Spanish–Kichwa geometric vocabulary, checklists, and short analytic rubrics. Results showed a statistically significant improvement in geometry achievement, with mean scores increasing from 10.29 to 12.24, $t(63) = 6.66, p < .001, d = 0.83$. Motivation also increased significantly from 2.90 to 3.28, $t(63) = 5.35, p < .001, d = 0.67$. Qualitative findings indicated greater precision in mathematical terminology, increased use of multiple representations, stronger collaborative work, and more frequent revision of geometric conjectures. Although the findings suggest that the instructional sequence positively influenced both geometric reasoning and motivation, they should be interpreted cautiously because the study did not include a comparison group.

Keywords: Geometry learning, playful activities, GeoGebra, levels of geometric thinking, intercultural bilingual education.

Resumo

O ensino da geometria no Ensino Médio envolve o desenvolvimento da visualização espacial, da identificação de propriedades, da construção, da transformação e do raciocínio matemático. Este estudo analisou as mudanças nessas competências após a implementação de uma sequência didática lúdica mediada pelo GeoGebra, por materiais manipuláveis de baixo custo e por referentes culturais locais em um contexto de educação intercultural bilíngue. Participaram da pesquisa 64 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio da Unidade Educativa Comunitária Intercultural Bilingue "Tutin", no Equador. Foi adotada uma abordagem de métodos mistos com delineamento pré-experimental de grupo único, utilizando medidas de pré-teste e pós-teste. Os dados quantitativos foram obtidos por meio de uma prova de desempenho em geometria e de um questionário de motivação, enquanto as evidências qualitativas foram coletadas por observações em sala de aula, entrevistas curtas, diários de aprendizagem e produtos elaborados pelos estudantes. A sequência didática, composta por seis sessões, incluiu desafios colaborativos, construções geométricas, verificação dinâmica com o GeoGebra, vocabulário geométrico em espanhol e kichwa, listas de verificação e rubricas analíticas de curta extensão. Os resultados evidenciaram um aumento significativo no desempenho em geometria, cuja média passou de 10,29 para 12,24 ($t(63) = 6,66; p < 0,001; d = 0,83$). A motivação também apresentou crescimento significativo, de 2,90 para 3,28 ($t(63) = 5,35; p < 0,001; d = 0,67$). As evidências qualitativas revelaram maior precisão terminológica, uso mais frequente de múltiplas representações, fortalecimento do trabalho colaborativo e revisão mais consistente de conjecturas geométricas. Apesar dos resultados positivos, os achados devem ser interpretados com cautela devido à ausência de um grupo de comparação.

Palavras-chave: **Aprendizagem de geometria, Atividades lúdicas, GeoGebra, Níveis de pensamento geométrico, Educação intercultural bilíngue.**

Introducción

La enseñanza de la geometría en el bachillerato debe permitir al alumno interpretar figuras, representar situaciones espaciales, formular y demostrar conjeturas. Si el énfasis se pone en la memorización de propiedades y en la aplicación mecánica de fórmulas, el tiempo se reduce para dar explicaciones sobre por qué ciertas relaciones se mantienen en una construcción. Los problemas pueden referirse a la identificación de propiedades, a la utilización de instrumentos, a la modificación del plano o a la organización de justificaciones.

Los ejemplos más relevantes de investigación sobre enseñanza secundaria de la geometría se centran en la exploración, la conexión de representaciones, la manipulación y la argumentación. Weigand et al. (2025) destacan una orientación a experiencias de razonamiento, tecnología y discusión matemática en secundaria. Almubarak et al. (2025) consideran que las estrategias de aprendizaje son más estables cuando se combinan visualización, construcción y análisis de propiedades en secuencias organizadas.

GeoGebra se caracteriza por su uso de herramientas para la construcción, la medición, el arrastre y la verificación de propiedades geométricas. Según los metaanálisis de Juandi et al. (2021) y Suparman et al. (2024), se ha demostrado que aumenta la comprensión conceptual y la visualización espacial. De modo similar, el trabajo de Chan y Leung (2014) conecta el software de geometría dinámica con

el desarrollo del rendimiento matemático. El uso del software en el aula supone plantear preguntas, comparar procedimientos o registrar decisiones en un proceso de exploración.

En el contexto hispanohablante, Martínez et al. (2024) estudian actividades con GeoGebra que fomentan la exploración de figuras y relaciones, y Collazos et al. (2023) abordan el uso de secuencias con pruebas diagnósticas y tareas digitales en la enseñanza del pensamiento geométrico. Estos estudios sugieren que una secuenciación debe comenzar con el reconocimiento visual y terminar con el análisis de propiedades, las transformaciones y la argumentación informal.

Las características de los juegos son: desafío, reglas, interacción social, producto y retroalimentación. Según Chele y Cueva (2025), en la gamificación de las matemáticas, la participación y la práctica sostenida están asociadas a las dinámicas que se alinean a los objetivos de aprendizaje. Sin embargo, Pan et al. (2022) y Sailer y Homner (2020) muestran que el juego educativo tiene efectos positivos en la implicación del estudiante. En este enfoque, la ludicidad es una forma de organizar la actividad matemática, no un acto separado de la propia actividad.

La retroalimentación formativa se plantea en las fases de construcción, verificación y comunicación de los procedimientos. En este sentido, Velasquez (2024) señala que la retroalimentación debe darse en la tarea para que el estudiante pueda detectar errores y corregir decisiones. La precisión de las construcciones, la participación colaborativa y la calidad argumentativa pueden ser

monitoreadas con listas de cotejo, rúbricas cortas, bitácoras y preguntas guía.

La educación intercultural bilingüe ecuatoriana requiere articulación curricular, lenguas, saberes de los pueblos y prácticas comunitarias. Chumaña (2022) describe la tensión en la gestión de recursos, la continuidad cultural y la formación docente. De forma similar, para la adecuación de la diversificación curricular al contexto lingüístico-comunitario, según Oviedo y Wildemeersch (2008), se pueden ofrecer ejemplos en geometría como patrones locales, recorridos, tejidos, referentes cotidianos y vocabulario matemático en español y kichwa.

Un método para tener en cuenta las representaciones dadas dentro de la comunidad es a través del concepto de etnomatemática. Sunzuma y Maharaj (2019) discuten las implicaciones que esto tiene para los profesores de geometría. Los materiales concretos, recursos digitales y referentes culturales pueden favorecer la comunicación matemática situada si las actividades tienen una conexión explícita con el contenido y los criterios de evaluación.

Aunque se han investigado por separado la geometría dinámica, la ludicidad, los materiales manipulativos o de puesta en acto y la educación intercultural bilingüe, en el contexto ecuatoriano se han encontrado pocos estudios que integren todos ellos en una secuencia didáctica en primero de bachillerato. Este trabajo se centra en llenar el vacío con seis sesiones de construcción manual, verificación en GeoGebra, trabajo por roles, evaluación formativa y mediación lingüística en un contexto de comunidad. La contribución

original de este estudio radica en documentar, con evidencia cuantitativa y cualitativa conjunta, el diseño e implementación de una secuencia didáctica que articula estos tres componentes (geometría dinámica, ludicidad e interculturalidad bilingüe) en un mismo programa evaluado empíricamente en el contexto ecuatoriano, vacío que los antecedentes revisados no cubren de forma integrada.

La pregunta problema de investigación que se formuló en el presente estudio fue: ¿qué cambios se producen en el pensamiento geométrico y en la motivación para el aprendizaje de la geometría, tras la implementación de una secuencia didáctica lúdica mediada por GeoGebra?

El objetivo general fue analizar los cambios asociados a la aplicación de una secuencia didáctica lúdica mediada por GeoGebra en el pensamiento geométrico y la motivación para el aprendizaje de la geometría en estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe "Tutin".

Los objetivos específicos fueron: diagnosticar el pensamiento geométrico y la motivación del grupo, diseñar y aplicar la secuencia didáctica lúdica mediada por GeoGebra, y valorar los cambios en el pensamiento geométrico y la motivación, a través del pretest y posttest y las evidencias observacionales, las entrevistas cortas, las bitácoras y los productos de aprendizaje. Su eje teórico está constituido por la teoría de Van Hiele sobre el pensamiento geométrico, el concepto de ludicidad, el uso del programa GeoGebra con material manipulativo y la mediación intercultural bilingüe, que guían

la secuenciación de sesiones, la selección de evidencias, la construcción de instrumentos y la interpretación de los resultados obtenidos.

El modelo Van Hiele establece una secuencia de niveles para el razonamiento geométrico que se corresponden con la identificación, descripción y relación de atributos de las figuras. No depende de la edad, sino de una enseñanza que siga la secuencia van Hiele y un lenguaje en la misma. Van Hiele (1986): de la enseñanza de la concepción global de figuras a la estructuración de relaciones y argumentos. El estudio se centra en los niveles 0, 1, 2 y 3. En el nivel 0, el niño reconoce las figuras por su apariencia. El nivel 1 incluye la identificación de propiedades y el uso de la terminología geométrica. El nivel 2 incluye la relación de propiedades y la elaboración de argumentos informales. Nivel 3: los razonamientos se organizan en pasos y se conectan unos con otros. Se exigía un 60 % como mínimo en los bloques de este nivel.

Las sesiones siguieron el mismo orden y las actividades de las primeras sesiones se centraron en la identificación y construcción de figuras y las de las sesiones intermedias en simetrías, traslaciones, rotaciones e invariantes. En las actividades finales se formulaban conjeturas, se buscaban contraejemplos y se justificaban procesos. Según Ndungo et al. (2025), el enfoque Van Hiele de enseñanza por fases está relacionado con experiencias tecnológicas que favorecen el desarrollo de formas de razonamiento más avanzadas. El concepto de ludicidad se puede definir como un entorno de aprendizaje basado en retos con reglas, roles, retroalimentación y en el que los estudiantes desempeñan diferentes roles de constructor, verificador, narrador y

observador, en un juego que organiza la interacción y la toma de decisiones. Hussein et al. (2022) y Krath et al. (2021) asocian el aprendizaje basado en juegos y la gamificación con la participación, los objetivos, la retroalimentación y la colaboración.

La alineación de las dinámicas del juego con el objetivo matemático es fundamental. Según Mayrhofer et al. (2025), la gamificación a nivel secundario requiere alinear mecánicas, contenidos y evaluación. Cada reto producía un resultado concreto (mapas, construcciones, capturas, bitácoras, argumentación oral o composiciones geométricas). Como base de los juicios se utilizaron criterios breves y claros, así como la evaluación formativa.

Los objetos de GeoGebra se pueden construir, medir, arrastrar, comparar y usar para investigar propiedades que cambian y propiedades que se mantienen constantes a través de la variación dinámica. Sin embargo, se ha demostrado que su uso está relacionado con la comprensión conceptual, la visualización y la búsqueda de relaciones (Gurmu et al., 2024; Juandi et al., 2021; Sunzuma, 2023). La mediación del docente es cómo se interpretan las representaciones digitales y cómo se generan explicaciones.

La secuencia utilizó GeoGebra, cartulina, lana, palillos, regla, compás, espejos y papel cuadriculado. Comenzó con la construcción en el plano y terminó con su representación en la pantalla. Esto condujo a la medición, el control de invariantes y la revisión de conjeturas, y debido a la desigual distribución de la conectividad y el acceso a los computadores, se necesitaron materiales de bajo costo. La

etnomatemática es el estudio de conocimientos, prácticas y representaciones matemáticas en su contexto cultural. En geometría, los patrones de tejido, los recorridos comunitarios y los diseños o formas de la naturaleza pueden ser el contexto en el que se estudian las simetrías, los polígonos, las transformaciones y las regularidades. Sunzuma y Maharaj (2019) consideran que para que esto funcione, es necesaria una formación docente y una vinculación con el currículo escolar.

La mediación intercultural bilingüe (español-kichwa) a través del vocabulario geométrico, como figura, lado, vértice, ángulo, eje y giro, fue utilizada en la construcción y exposición de las figuras. Chumaña (2022) relaciona la educación intercultural bilingüe con la interrelación entre lengua, cultura y enseñanza. Oviedo y Wildemeersch (2008) consideran la diversificación curricular un tipo de respuesta a los rasgos comunitarios.

En geometría, los referentes locales sirvieron para el aprendizaje de formas, movimientos y propiedades. A través de fotografías, de motivos de tejido, de caminos o de imágenes del entorno se llegaba a la identificación de formas, movimientos y propiedades. La contextualización no supuso, por lo tanto, el abandono de los criterios matemáticos de precisión, veracidad y argumentación, sino que se trataba de un aprendizaje acompañado por el componente cultural. En esta investigación los cuatro ejes teóricos (los niveles de razonamiento de Van Hiele, la ludicidad como forma de organizar la actividad matemática, la verificación dinámica de GeoGebra articulada con materiales concretos, y la mediación intercultural bilingüe) se integran en la

secuencia didáctica como componentes interdependientes: los retos lúdicos organizan la progresión por los niveles de Van Hiele, GeoGebra y los materiales manipulativos posibilitan la verificación empírica de esos niveles, y el vocabulario español-kichwa media la comunicación de los hallazgos sin desplazar los criterios matemáticos de precisión y validez.

La variable independiente fue la secuencia didáctica lúdica mediada por GeoGebra, entendida como una intervención pedagógica de seis sesiones, basada en retos, trabajo colaborativo, materiales manipulativos, recursos culturales locales y verificación dinámica mediante GeoGebra, que busca la exploración, construcción, comparación y argumentación de objetos geométricos desde un enfoque de enseñanza-aprendizaje contextualizado e intercultural bilingüe. La primera variable dependiente fue el pensamiento geométrico, operacionalizado en cuatro dimensiones: visualización y propiedades, construcciones geométricas, transformaciones en el plano y argumentación matemática.

La segunda variable dependiente fue la motivación para aprender geometría, operacionalizada en tres dimensiones: interés por las actividades, autoeficacia percibida y participación en clase. El interés examinó la disposición hacia los retos; la autoeficacia recogió la percepción de capacidad para resolver tareas; y la participación consideró la intervención oral, la colaboración y la permanencia en las actividades. Estas variables y dimensiones sirvieron para la construcción de instrumentos, la secuenciación de la intervención, el análisis de los resultados

obtenidos en el pretest y el postest y de las evidencias cualitativas recolectadas durante la intervención.

Materiales y Métodos

El estudio utilizó un diseño mixto de dominancia cuantitativa, con un componente cualitativo anidado dentro de un diseño preexperimental pretest-postest de un solo grupo; los datos cualitativos se recolectaron de manera concurrente a la intervención y se emplearon para triangular y profundizar la interpretación de los cambios cuantitativos observados. La fase cuantitativa empleó un diseño preexperimental de grupo único con mediciones pretest y postest. Los datos cualitativos (observaciones en el aula, entrevistas cortas, bitácoras y productos de aprendizaje) fueron analizados en conjunto para hacer una descripción de los cambios en el rendimiento geométrico, la motivación, el lenguaje matemático, la colaboración y la revisión de conjeturas.

La cohorte analítica estuvo formada por 64 alumnos de 1.º de Bachillerato con pares de medida pretest y postest. A lo largo de las 6 sesiones se han tenido en cuenta 61 alumnos por sesión, es decir, el número de alumnos que asistieron en cada momento a cada sesión y no el número de casos que se incluyeron en el análisis estadístico. La parte cualitativa consistió en 8 entrevistas semiestructuradas, en las que no se incluyeron a los 10 estudiantes que participaron en el pilotaje. Debido a la falta de un desglose por criterio de exclusión y un conteo inicial de la cohorte analítica en los registros conservados, la trazabilidad de participantes se hace a partir de los registros que se tienen. Con el consentimiento de la

institución, de los representantes y el asentimiento de los estudiantes se garantizó la confidencialidad, la voluntariedad y la utilización de los datos con fines académicos. La asistencia diaria se registró para determinar el nivel de exposición y la fidelidad de la implementación de la secuencia didáctica.

La parte cualitativa consistió en 8 entrevistas semiestructuradas a estudiantes seleccionados intencionalmente que asistieron voluntariamente, asistieron al 80 % de las clases y estaban representados en todos los niveles de rendimiento. Los 10 estudiantes que participaron en la pilotaje de los instrumentos no participaron en la recogida de datos. Por tanto, la trazabilidad se organizó en 64 casos, 61 asistentes por jornada y ocho participantes en las entrevistas cualitativas para el análisis pareado. El muestreo por conveniencia podría sesgar la selección, la asistencia y la exposición previa a recursos digitales. Para mitigar estos sesgos, se aplicaron los mismos instrumentos antes y después de la intervención y se contrastaron datos cuantitativos y cualitativos a partir de la asistencia y revisión de productos.

La parte de geometría contenía 20 ítems mezclados en 4 dominios: visualización y propiedades, construcciones, transformaciones en el plano y argumentación matemática, 5 ítems por dominio. Las materias cubiertas fueron extraídas del currículo oficial de bachillerato y los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. Basándose en cómo se respondían los bloques de ítems, la clasificación por niveles se definía en función de: el nivel 0 se refería al reconocimiento visual, el nivel 1 al uso de propiedades, el nivel 2 a la relación entre propiedades y

argumentación informal, y el nivel 3 a la organización de razonamientos encadenados. La calificación del nivel se daba cuando el

estudiante respondía al menos el 60 % de los ítems.

Tabla 1. *Características sociodemográficas y educativas de los participantes.*

Variable	Categoría	n	%
Sexo	Mujer	37	57,8
Sexo	Hombre	27	42,2
Internet en casa	Estable	31	48,4
Internet en casa	Intermitente o sin acceso	33	51,6
Dispositivo principal	Teléfono inteligente	61	95,3
Dispositivo principal	Computador/laptop	24	37,5
Lengua de uso frecuente en hogar	Lengua originaria + español	46	71,9
Lengua de uso frecuente en hogar	Solo español	18	28,1

Fuente: Elaboración propia.

El cuestionario de motivación preguntó por el interés, la autoeficacia y la participación en un rango de 1 a 5. La guía de observación registró la interacción colaborativa, el uso de representaciones, el lenguaje geométrico, la verificación en GeoGebra, la toma de decisiones y la mediación intercultural bilingüe. Tres jueces expertos en didáctica de la matemática, evaluación educativa y geometría escolar valoraron la claridad, pertinencia, coherencia y adecuación de los ítems. La validez de contenido se estimó mediante la V de

Aiken. En la fase de pilotaje, 10 estudiantes con características similares valoraron la claridad de las instrucciones, el ajuste de los ítems, el tiempo de respuesta y la comprensión de la escala. Los participantes del pilotaje no estaban en el estudio principal. La confiabilidad de la prueba de geometría se calculó mediante KR-20, debido a la estructura de sus ítems. El cuestionario de motivación se examinó con alfa de Cronbach por su formato Likert. Los valores técnicos se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. *Indicadores de validez y confiabilidad de los instrumentos.*

Instrumento	Indicador técnico	Valor obtenido	Criterio metodológico
Prueba de geometría	V de Aiken	0,86	Validez de contenido adecuada
Prueba de geometría	KR-20	0,78	Confiabilidad aceptable
Cuestionario de motivación	V de Aiken	0,88	Validez de contenido adecuada
Cuestionario de motivación	Alfa de Cronbach	0,82	Confiabilidad buena
Guía de observación	V de Aiken	0,84	Validez de contenido adecuada

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados cuantitativos se expresan como medias (M), desviaciones estándar (DE), frecuencias y porcentajes. La normalidad de los datos se comprobó mediante la prueba de Shapiro-Wilk antes de realizar la comparación pretest-posttest. No se proporcionaron los

valores W y p para estos datos en la documentación, por lo que no se puede verificar el supuesto de normalidad, aunque la comparación de la t de Student para muestras relacionadas se realizó con el procedimiento estadístico descrito. El tamaño del efecto se

interpretó mediante d para medidas repetidas, con apoyo en Cohen (1988) y Lakens (2013). El nivel de pensamiento geométrico se describió mediante la distribución de estudiantes en los niveles 0, 1, 2 y 3 antes y después de la secuencia.

Los datos fueron analizados de acuerdo con la metodología de análisis de lectura temática, ubicando las observaciones, entrevistas breves, bitácoras y productos en categorías temáticas relacionadas con visualización e invariantes, lenguaje geométrico bilingüe, trabajo colaborativo, autonomía y retroalimentación. Las entrevistas semiestructuradas se realizaron a ocho estudiantes, seleccionados mediante un muestreo intencional que consideró su participación voluntaria, una asistencia mínima del 80 % a las sesiones y la diversidad de sus niveles de rendimiento académico. Cada entrevista tuvo una duración aproximada de entre 20 y 30 minutos.

La información recopilada se examinó mediante análisis temático, siguiendo las fases propuestas por Braun y Clarke (2006): familiarización con los datos, generación de códigos iniciales, búsqueda, revisión y definición de temas, y elaboración del informe. La codificación fue realizada por dos investigadores mediante un procedimiento mixto, en el que se combinaron categorías iniciales vinculadas con los objetivos del estudio y categorías emergentes derivadas de los testimonios. Los códigos se organizaron en categorías relacionadas con la motivación, el aprendizaje geométrico y el uso de GeoGebra. Para fortalecer la credibilidad y consistencia interpretativa de los hallazgos, las categorías se contrastaron con los registros de observación y los resultados cuantitativos del estudio. La

triangulación se hizo entre las categorías cualitativas y los resultados del pretest, posttest y cuestionario de motivación. Se codificaron los fragmentos para mantener en el anonimato a las personas, aunque se mantuvo la referencia a la fuente: breve entrevista, sesión observada o bitácora de equipo.

Las secuencias de la sesión se organizaban a partir de un problema retador, luego se exploraban manipulativa y digitalmente, y finalmente se cerraban con preguntas de reflexividad, socialización o registro en bitácora. Se trabajaron figuras, sus propiedades, las transformaciones, invariantes y la argumentación matemática en contextos, en ese orden: reconocimiento, transformación y validación de propiedades de las figuras. Los estudiantes trabajaron con cartulina, lana, palillos, regla, compás, espejos, papel cuadriculado y GeoGebra. Las acciones comprendieron construir, medir, arrastrar, comparar y verificar propiedades. Los referentes culturales de la comunidad y el vocabulario geométrico en español y kichwa acompañaron la comunicación durante las sesiones.

Para asegurar la fidelidad de la intervención se controlaron las asistencias, la entrega de productos y se utilizó una guía de observación estructurada en cada sesión. Se registraron 61 estudiantes por jornada. En la base cuantitativa se mantuvieron 64 pares de mediciones pretest-posttest. Los equipos rotaron en los roles de constructor, verificador, relator y observador. La docente formuló preguntas, ofreció retroalimentación y acompañó el proceso de resolución de problemas.

Tabla 3. Síntesis de las actividades lúdicas mediadas por GeoGebra.

Sesión y objetivo	Recurso, evidencia y evaluación
1. Caza geométrica: reconocer figuras y patrones. Nivel 0.	Recurso: fotografías, tarjetas, cartulina y GeoGebra; vocabulario español-kichwa. Evidencia: mapa visual y glosario. Evaluación: lista de cotejo.
2. Construyo y comparo: analizar polígonos. Nivel 1.	Recurso: palillos, lana, regla, compás y GeoGebra. Evidencia: ficha de construcción y explicación oral. Evaluación: retroalimentación sobre medidas e instrumentos.
3. Reto de simetrías: identificar ejes e invariantes. Niveles 1-2.	Recurso: espejos, papel cuadriculado, patrones comunitarios y GeoGebra. Evidencia: captura y respuestas guiadas. Evaluación: rúbrica de ejes e invariantes.
4. Traslado y giro: comprender transformaciones. Nivel 2.	Recurso: fichas móviles, coordenadas y GeoGebra. Evidencia: bitácora de conjeturas. Evaluación: lista de cotejo sobre distancia, forma y orientación.
5. Desafío de invariantes: probar propiedades. Niveles 2-3.	Recurso: construcciones dinámicas, contraejemplos y glosario. Evidencia: registro de pruebas y correcciones. Evaluación: coevaluación de argumentos.
6. Diseño contextualizado: comunicar decisiones. Nivel 3.	Recurso: cartulina, fotografías, material reciclado y GeoGebra. Evidencia: composición y exposición. Evaluación: rúbrica de argumentación, precisión y pertinencia cultural.

Fuente: Elaboración propia.

Resultados y Discusión

El pretest permitió identificar el nivel inicial de desarrollo del pensamiento geométrico y de la motivación hacia el aprendizaje de la geometría, con una puntuación media de 10,29 sobre 20 en la prueba aplicada, resultado que evidencia dificultades en el reconocimiento de propiedades, la construcción de figuras, las transformaciones en el plano y la argumentación matemática. En dominio, argumentación y transformaciones se

presentaron al principio como más difíciles, en relación a justificar procedimientos, explicar relación entre figuras y reconocer propiedades invariantes en una transformación. En construcciones geométricas se relacionaron con uso de la precisión y herramientas. En visualización y propiedades se presentaron como más fáciles. En el caso de comparación de los resultados se utilizó la puntuación total de los 20 ítems, que al inicio tenía una media de 10,29 sobre 20.

Tabla 4. Síntesis descriptiva de los dominios de la prueba de geometría.

Dominio	Síntesis descriptiva
Visualización y propiedades	Desempeño inicial más favorable y posterior mejora en la identificación y comparación de propiedades.
Construcciones geométricas	Problemas de construcción y primeros usos de los instrumentos, que mejoraron con el aumento de la precisión y la explicación de los procedimientos.
Transformaciones	Problemas con la detección de propiedades conservadas, pero con la detección de transformaciones e invariantes.
Argumentación	Mayor dificultad en el inicio y mayor avance en la evaluación final, sobre todo en la justificación de procedimientos y la defensa de conjeturas.

Fuente: Elaboración propia.

En el análisis de los niveles de pensamiento geométrico, considerando la nomenclatura de Van Hiele, la mayoría de los alumnos se encontraban en niveles bajos, como el nivel 0: identificación de figuras por su forma, que se

dio en el 28,1% de los casos, y el nivel 1: utilización de propiedades y lenguaje de la geometría, que se dio en el 54,7%. El nivel 2 alcanzó el 17,2 % y se relacionó con la relación entre propiedades y la argumentación informal.

Tabla 5. *Distribución de estudiantes por niveles de pensamiento geométrico.*

Nivel	Descripción	Pre n (%)	Post n (%)
0	Reconoce figuras por apariencia global.	18 (28,1)	8 (12,5)
1	Usa propiedades y lenguaje geométrico básico.	35 (54,7)	29 (45,3)
2	Relaciona propiedades y argumenta de forma informal.	11 (17,2)	23 (35,9)
3	Organiza demostraciones con pasos encadenados.	0 (0,0)	4 (6,3)

Fuente: Elaboración propia.

Estos primeros hallazgos justificaron la elaboración de una secuencia didáctica en la que se combinaran diferentes tipos de actividades lúdicas y materiales de construcción con GeoGebra y elementos culturales del contexto. Los diagnósticos revelaron que los estudiantes necesitaban distintas oportunidades de aprendizaje para pasar de la identificación visual de figuras a la explicación, validación y argumentación de relaciones en geometría.

Con base en estos resultados, se diseñó y aplicó una secuencia didáctica lúdica mediada por GeoGebra, integrada por seis sesiones de 80 minutos. La intervención abordó las dificultades detectadas en el pretest mediante una organización asociada con los niveles de Van Hiele, materiales manipulativos, verificación digital y mediación intercultural bilingüe. Las dos primeras sesiones se orientaron al reconocimiento y la construcción inicial de figuras geométricas mediante actividades contextualizadas, de manera que en la sesión “Caza geométrica del entorno” los estudiantes identificaron figuras y patrones presentes en el aula, el entorno escolar y algunos elementos culturales de la comunidad, mientras que en “Construyo y comparo” trabajaron las propiedades de los polígonos mediante el uso de palillos, lana, regla, compás y GeoGebra, lo que permitió fortalecer la observación, la clasificación de figuras y el empleo progresivo del vocabulario geométrico. Por ejemplo, en la sesión 3 y 4 se trabajaron las

transformaciones. Para el Reto de simetrías se necesitó espejos, papel cuadriculado y el programa GeoGebra para trabajar las simetrías y los invariantes. En la sesión Traslación y rotación, se utilizaron fichas móviles, coordenadas en cartulina y construcciones en el software GeoGebra, para estudiar la relación entre el movimiento y los invariantes de forma, distancia, orientación y posición relativa.

Durante la quinta sesión, "Desafío de invariantes", se propusieron conjeturas, se intentaron encontrar contraejemplos y se trabajó en equipo con GeoGebra, un software de matemáticas dinámicas, para comprobar que ciertas propiedades se preservan bajo traslaciones, rotaciones y transformaciones de figuras. En la sexta sesión, 'Diseño contextualizado', se solicitaba que la composición geométrica se enmarcara en el contexto y que se dieran propiedades, transformaciones y decisiones.

Se usaron listas de cotejo, rúbricas breves, bitácoras y vocabulario de geometría en español y kichwa. En la propuesta se integraron la geometría concreta y la digital, el diálogo y la reflexión sobre los procesos. Los resultados del postest reflejan el aumento en el rendimiento geométrico tras la secuencia didáctica: la media del postest fue de 12,24 frente a 10,29 en el pretest, con una diferencia media de 1,95. La variación se relaciona con la comprensión de las figuras y de propiedades, construcciones,

transformaciones y procesos de argumentación en geometría. El área que más aumentó fue la argumentación, pues en las actividades y en la evaluación se observa una mejor capacidad para justificar procedimientos, explicar relaciones entre elementos de la geometría y defender conjeturas. También se observa un avance en visualización y propiedades, construcciones y transformaciones. Al comparar las puntuaciones totales de la prueba, se pasó de 10,29 a 12,24, con una diferencia media de 1,95 puntos. La distribución de niveles también cambió. El nivel 0 disminuyó del 28,1 % al 12,5 %, mientras el nivel 2 aumentó del 17,2 % al 35,9 % y el nivel 3 pasó del 0 % al 6,3 %. La variación describe un desplazamiento hacia razonamientos geométricos más avanzados.

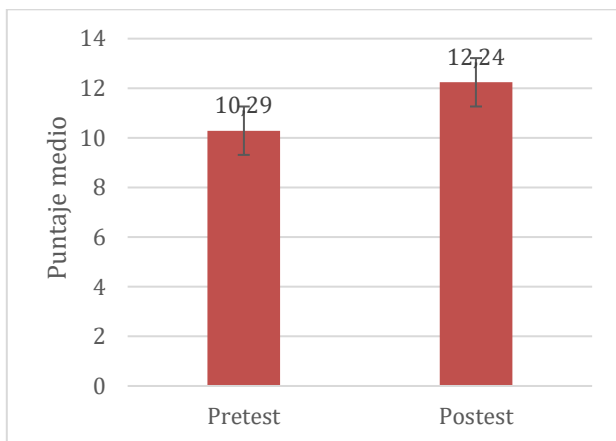


Figura 1. Puntaje total en la prueba de geometría.

La Figura 2 presenta la distribución porcentual por niveles. La reducción del nivel 0 y el aumento de los niveles 2 y 3 son coherentes con el avance descrito en los dominios de argumentación y transformaciones.

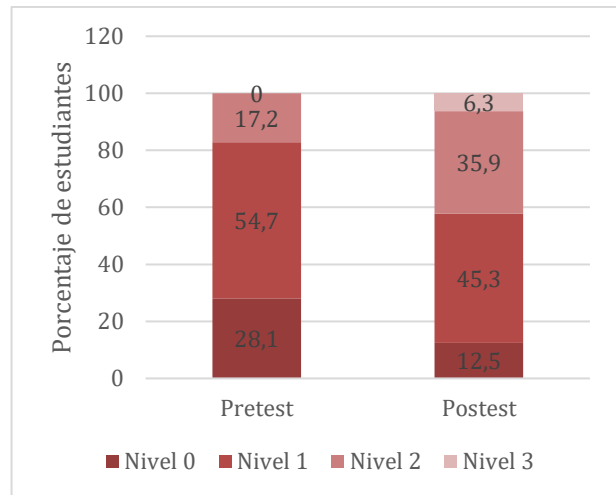


Figura 2. Distribución por niveles de pensamiento geométrico

Fuente: Elaboración propia.

La prueba de Shapiro-Wilk fue usada para verificar la normalidad de las diferencias en la geometría y de la motivación, sin embargo, los valores W y p no fueron preservados, por lo que, sin estos estadísticos, no se puede verificar el supuesto de normalidad (en caso de que exista) de una forma verificable. Sin embargo, la elección del test paramétrico es parte de la metodología estadística, y la ausencia de W y p imposibilita la verificación independiente del análisis realizado. Para la comparación pretest-posttest, se encontró $t(63) = 6.66$, $p < 0.001$ en geometría ($d = 0.83$) y $t(63) = 5.35$, $p < 0.001$ en motivación ($d = 0.67$). Se trata de las diferencias entre las mediciones pre y post la secuencia. Sin un grupo de comparación, el diseño preexperimental no puede demostrar que los cambios se deban solo a la intervención. Las observaciones cortas, entrevistas, bitácoras y productos se complementaron a los datos cuantitativos; a través de un análisis temático se determinaron cuatro categorías: visualización y control de invariantes, lenguaje geométrico

bilingüe, trabajo colaborativo y autonomía con retroalimentación. La Tabla 8 reúne evidencias, fragmentos codificados e interpretaciones didácticas. El análisis de invariantes comparaba, antes y después de desplazar una figura en GeoGebra, la distancia, el paralelismo y la medida de los ángulos. La verificación

dinámica permitía revisar conjeturas y corregir errores. En el lenguaje geométrico bilingüe se tradujeron los términos: lado, vértice, figura, giro, eje, ángulo. Para las exposiciones cortas y para la explicación de las construcciones se empleó un glosario de español y kichwa.

Tabla 6. Comparación estadística entre pretest y posttest

Variable	Pre M (DE; IC95%)	Post M (DE; IC95%)	t(gl), p	d
Puntaje prueba (0-20)	10,29 (3,05; 9,53-11,05)	12,24 (3,35; 11,40-13,08)	6,66(63), p < 0,001	0,83
Motivación (1-5)	2,90 (0,53; 2,77-3,03)	3,28 (0,69; 3,11-3,45)	5,35(63), p < 0,001	0,67

Fuente: Elaboración propia.

Los grupos se organizaban en constructor, verificador, relator y observador, y se iban rotando entre los distintos alumnos para fomentar la argumentación, la negociación de los procedimientos y la toma de decisiones en la resolución de problemas de geometría. En cuanto a la autonomía y la retroalimentación, las bitácoras registran intentos, capturas, errores y cambios. La evaluación formativa permite ajustar sobre la marcha y no sólo revisar al final. Los estudiantes corrigieron las construcciones tras comparar las capturas y las propiedades esperadas.

La Tabla 8 (que se reproduce en el Anexo 2) muestra el orden en que aparecen las categorías cualitativas en columnas: categoría, evidencia, fragmento codificado e interpretación didáctica. Los resultados evidencian avances desde la identificación visual de las figuras hacia su comparación, transformación, comprobación y argumentación. Este tránsito puede interpretarse a partir del modelo de Van Hiele (1986), según el cual el pensamiento geométrico progresa desde el reconocimiento global de las figuras hasta la identificación y expresión de sus propiedades y relaciones. El hallazgo coincide con este

antecedente porque, después de la secuencia didáctica, los estudiantes no se limitaron a reconocer o construir figuras, sino que mostraron mayor capacidad para comprobar invariantes y justificar procedimientos. No obstante, debido a que no se evaluaron formalmente los niveles de Van Hiele, los resultados no permiten afirmar que los participantes avanzaron de un nivel a otro; únicamente muestran desempeños compatibles con esa progresión. Además de la intervención, estos cambios podrían explicarse parcialmente por la práctica acumulada, la familiarización con las tareas y la mediación docente durante las sesiones.

La relación observada entre visualización, manipulación y argumentación coincide con Almubarak et al. (2025), quienes vinculan la representación y la manipulación de objetos geométricos con el desarrollo del razonamiento, y con quienes destacan el valor de la exploración apoyada en tecnologías digitales en la educación secundaria. En este estudio, las tareas de construir, comparar, arrastrar y explicar relaciones entre figuras ofrecieron oportunidades para observar regularidades y comunicar procedimientos.

La preferencia manifestada por GeoGebra puede relacionarse con la posibilidad de modificar construcciones dinámicamente, observar qué propiedades permanecían invariantes y comprobar conjeturas de forma inmediata. Este hallazgo coincide con Chan y Leung (2014), Juandi et al. (2021) y Suparman et al. (2024), quienes señalan asociaciones favorables entre el uso de software de geometría dinámica, la comprensión conceptual y la visualización espacial. No obstante, a diferencia de experiencias centradas principalmente en recursos digitales, en este estudio GeoGebra se articuló con cartulina, lana, palillos, regla y compás. Esta combinación respondió a las limitaciones de conectividad y permitió vincular la construcción concreta con la verificación digital. La valoración favorable del programa también podría estar influida por el efecto de novedad, la facilidad para corregir errores sin rehacer completamente una construcción o la percepción de rapidez y precisión, y no necesariamente por una comprensión conceptual más profunda en todos los participantes.

El incremento de 1,95 puntos en la puntuación total de la prueba, junto con el mayor cambio observado en la dimensión de argumentación, indica un mejor desempeño después de la secuencia didáctica. Este resultado coincide con Gurmu et al. (2024), quienes encontraron que las actividades desarrolladas con GeoGebra se asocian con una mejor comprensión de conceptos geométricos. El aporte particular del presente estudio radica en que la mejora más destacada se produjo en la explicación y justificación de procedimientos, y no únicamente en la ejecución de construcciones. Una posible interpretación es que la manipulación dinámica, acompañada de preguntas y espacios de socialización, facilitó que los estudiantes hicieran explícitas las

relaciones observadas. Sin embargo, la ausencia de un grupo de comparación impide atribuir causalmente el cambio a la intervención. La práctica derivada del pretest, la familiaridad progresiva con las tareas, la atención del docente, la participación entre pares y las condiciones específicas del periodo de aplicación constituyen explicaciones alternativas que no pueden descartarse.

La dimensión lúdica se relacionó con manifestaciones de motivación y compromiso, mientras que los retos, los roles, la elaboración de productos, la coevaluación y los espacios de explicación favorecieron la participación en la actividad matemática. Este resultado coincide con Pan et al. (2022), Hussein et al. (2022) y Sailer y Homner (2020), quienes señalan beneficios del aprendizaje basado en juegos cuando sus dinámicas se encuentran alineadas con los objetivos educativos. También concuerda con Krath et al. (2021) y Mayrhofer et al. (2025), quienes advierten que los componentes lúdicos deben guardar relación con el contenido y la evaluación. En esta experiencia, la motivación no parece explicarse únicamente por la presencia de recompensas o desafíos, sino por su integración con tareas de construcción, comprobación y argumentación geométrica. Aun así, la mayor participación también podría deberse a la novedad de la propuesta, al trabajo colaborativo o a la atención adicional recibida durante la intervención. Por tanto, los hallazgos no permiten establecer cuánto del cambio motivacional corresponde específicamente a la ludicidad.

La incorporación de patrones comunitarios, referentes del entorno y vocabulario en español y kichwa permitió vincular los contenidos geométricos con elementos culturalmente cercanos al estudiantado. Este hallazgo coincide

con Chumaña (2022), quien plantea que la educación intercultural bilingüe debe articular lengua, cultura y currículo, y con Oviedo y Wildemeersch (2008), quienes entienden la diversificación curricular como una interrelación entre el currículo y las características de la comunidad. A diferencia de una contextualización limitada a ejemplos decorativos, las fotografías, telas, caminos y obras elaboradas con hilo se utilizaron para analizar formas, simetrías y movimientos. No obstante, la respuesta favorable del grupo también podría relacionarse con la familiaridad visual de los objetos o con la posibilidad de trabajar mediante materiales manipulables. En consecuencia, sería necesario comparar distintos tipos de contextualización para determinar si la pertinencia cultural aportó beneficios específicos adicionales.

La incorporación de referentes culturales se realizó sin sustituir los criterios matemáticos de medida, relación, comprobación y justificación. En este sentido, los resultados son compatibles con la advertencia de Sunzuma y Maharaj (2019) acerca de la necesidad de conectar explícitamente la etnomatemática con los propósitos educativos. El glosario bilingüe y los productos finales contribuyeron a expresar propiedades y decisiones geométricas mediante recursos lingüísticos y visuales, manteniendo los contenidos correspondientes al bachillerato. Sin embargo, la mayor precisión terminológica observada no puede atribuirse solamente al uso del kichwa y el español, pues también pudo estar relacionada con la repetición del vocabulario, la retroalimentación docente y las oportunidades de exposición oral. Además, los datos disponibles no permiten determinar si el empleo del léxico bilingüe produjo beneficios equivalentes en estudiantes con distintos niveles de dominio de

ambas lenguas. Los datos cualitativos ayudaron a interpretar los cambios observados cuantitativamente. En las observaciones se registró una mayor atención a los invariantes; en las entrevistas se identificó una expresión más precisa de las propiedades geométricas; y en las bitácoras aparecieron correcciones y ajustes en los procedimientos. La convergencia entre estas evidencias y el incremento de las puntuaciones respalda la consistencia interna de los hallazgos. No obstante, esta coincidencia no elimina otras interpretaciones: las respuestas de las entrevistas pudieron estar influidas por la deseabilidad social, mientras que las observaciones y bitácoras pudieron reflejar diferencias en la participación o en la asistencia. La triangulación fortalece la comprensión del proceso, pero no subsana las limitaciones del diseño ni demuestra por sí misma que la intervención haya causado los cambios.

Los resultados obtenidos muestran que la combinación de GeoGebra, materiales concretos, actividades lúdicas y referentes interculturales acompañó mejoras en el razonamiento geométrico y la motivación del estudiantado. Sin embargo, como estos recursos formaron parte de una misma secuencia didáctica, no es posible determinar cuánto aportó cada uno a los cambios observados. Los hallazgos deben interpretarse con prudencia, pues el estudio se realizó con un solo grupo seleccionado por conveniencia, existieron diferencias en la asistencia y el acceso a la tecnología, y no se efectuó una evaluación posterior que permitiera comprobar la permanencia de los aprendizajes. Frente a estas limitaciones, futuras investigaciones podrían incluir un grupo de comparación, realizar mediciones de seguimiento e incorporar estudiantes de otras instituciones interculturales bilingües. También sería valioso comparar distintas modalidades de intervención para

comprender mejor el aporte de cada recurso y establecer si los avances en el aprendizaje y la motivación se mantienen con el paso del tiempo.

Conclusiones

El diagnóstico inicial mostró dificultades en argumentación matemática y en transformaciones en el plano, con una media de 10,29 sobre 20 y el mayor porcentaje de estudiantes ubicados en los niveles 0 y 1 de desarrollo del pensamiento geométrico. A partir de estos datos, se pudo diseñar una intervención en torno a la exploración, construcción, representación, verificación y comunicación matemática.

En las seis actividades se articuló el uso de GeoGebra, materiales manipulativos, trabajo colaborativo, evaluación formativa y referentes del contexto intercultural bilingüe, y, de forma gradual, se pasó de la identificación visual a la comparación de propiedades, al análisis de transformaciones y a la argumentación. El vocabulario en español y kichwa se usó para explicar los procedimientos en las sesiones. El promedio de geometría mejoró de 10,29 a 12,24. La motivación aumentó de 2,90 a 3,28. El número de alumnos que alcanzaron niveles 2 y 3 aumentó. Observaciones en el aula, entrevistas y análisis de bitácoras de los alumnos mostraron que los términos eran más precisos, había más colaboración, control de invariantes y corrección de errores.

Los resultados deben ser interpretados con cautela, dado que se basan en un único grupo, se utiliza una muestra por conveniencia, hay un número de 61 estudiantes por sesión y hay diferencias en la conectividad/asistencia. No se puede establecer causalidad. Sin embargo, en una evaluación posterior pueden incluirse un

grupo de comparación, un seguimiento en el tiempo y/o una muestra de varias instituciones.

Agradecimientos

Los autores agradecen la colaboración de las autoridades, docentes, estudiantes y familias de la Unidad Educativa Comunitaria Intercultural Bilingüe "Tutin" en la realización de las actividades pedagógicas, que facilitaron la aplicación de la secuencia, el levantamiento de las observaciones de aula y la recolección de productos elaborados por los estudiantes.

Referencias Bibliográficas

- Almubarak, M., Maat, S. M., & Mahmud, M. S. (2025). Evolving three decades of geometry learning strategies: A combination of bibliometric analysis and systematic review. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 21(6), em2654. <https://doi.org/10.29333/ejmste/16515>
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Chan, K. K. H., & Leung, S. W. (2014). Dynamic geometry software improves mathematical achievement: A systematic review and meta-analysis. *Journal of Educational Computing Research*, 51(3), 311–325. <https://doi.org/10.2190/EC.51.3.c>
- Chele Delgado, S. J., & Cueva Cando, A. R. (2025). Didáctica en el aprendizaje basado en gamificación en el área de matemática: Revisión sistemática. *Revista InveCom*, 5(3). <https://doi.org/10.5281/zenodo.14271131>
- Chumaña Suquillo, J. V. (2022). Educación intercultural bilingüe en Ecuador: Fundamentos y rasgos característicos. *Transformación*, 18(3). <https://transformacion.reduc.edu.cu/index.php/transformacion/article/view/137>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2.^a ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Collazos Delgado, A. A., González Rincón, Y. M.,

- & Monroy Fonseca, M. N. (2023). Desarrollo del pensamiento geométrico a través de una secuencia didáctica apoyada con el uso de la herramienta GeoGebra. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(1), 3433–3459. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i1.4664
- Gurmu, F., Tuge, C., & Hunde, A. B. (2024). Effects of GeoGebra-assisted instructional methods on conceptual understanding of geometry among grade ten students. *Cogent Education*, 11(1), 2379745. <https://doi.org/10.1080/2331186X.2024.2379745>
- Hussein, M. H., Ow, S. H., Elaish, M. M., & Jensen, E. O. (2022). Digital game-based learning in K-12 mathematics education: A systematic literature review. *Education and Information Technologies*, 27(2), 2859–2891. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10721-x>
- Juandi, D., Kusumah, Y. S., Tamur, M., Perbowo, K. S., & Wijaya, T. T. (2021). A meta-analysis of GeoGebra software decade of assisted mathematics learning: What to learn and where to go? *Heliyon*, 7(5), e06953. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06953>
- Krath, J., Schürmann, L., & von Korflesch, H. F. (2021). Revealing the theoretical basis of gamification: A systematic review and analysis of theory in research on gamification, serious games and game-based learning. *Computers in Human Behavior*, 125, 106963. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2021.106963>
- Lakens, D. (2013). Calculating and reporting effect sizes to facilitate cumulative science: A practical primer for t-tests and ANOVAs. *Frontiers in Psychology*, 4, 863. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00863>
- Martínez Zapata, M. E., Pérez Urruchi, A. E., & Apolinario Arzube, O. O. (2024). Explorando la geometría con GeoGebra: Estrategias para reforzar el aprendizaje en estudiantes de niveles intermedios. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 28(122), 2–72. <https://doi.org/10.47460/uct.v28i122.766>
- Mayrhofer, J., Kaufmann, L., & Weinhandl, R. (2025). Current state of gamification design in secondary mathematics education: A systematic literature review. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–23. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2025.2555333>
- Ndungo, I., Balimuttajjo, S., & Akugizibwe, E. (2025). Towards improved geometry instruction: Learners' experiences with technology-enhanced and conventional Van Hiele phased instruction. *Electronic Journal for Research in Science and Mathematics Education*, 29(2), 33–56. <https://ejrsme.icsrme.com/article/view/23815>
- Oviedo, A., & Wildemeersch, D. (2008). Intercultural education and curricular diversification: The case of the Ecuadorian Intercultural Bilingual Education Model (MOSEIB). *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 38(4), 455–470. <https://doi.org/10.1080/03057920701860137>
- Pan, X., Ke, F., & Xu, X. (2022). A systematic review of the role of learning games in mathematics education in K-12 settings. *Educational Research Review*, 36, 100448. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2022.100448>
- Sailer, M., & Homner, L. (2020). The gamification of learning: A meta-analysis. *Educational Psychology Review*, 32, 77–112. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09498-w>
- Sunzuma, G. (2023). Technology integration in geometry teaching and learning: A systematic review (2010–2022). *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 11(3), 1–18. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.11.3.1938>
- Sunzuma, G., & Maharaj, A. (2019). Teacher-related challenges affecting the integration of ethnomathematics approaches into the teaching of geometry. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(9). <https://doi.org/10.29333/ejmste/108457>
- Suparman, S., Marasabessy, R., & Helsa, Y. (2024). Fostering spatial visualization in GeoGebra-assisted geometry lesson: A systematic review and meta-analysis. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and*

Technology Education, 20(9), em2509.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/15170>

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press.

Velasquez Diaz, W. S. (2024). La evaluación formativa y la retroalimentación: Un reto en los estudiantes de secundaria. *Aula Virtual*, 5(12).
<https://doi.org/10.5281/zenodo.11121674>

Weigand, H.-G., Hollebrands, K., & Maschietto,

M. (2025). Geometry education at secondary level: A systematic literature review. *ZDM: Mathematics Education*, 57, 829–843.
<https://doi.org/10.1007/s11858-025-01703-1>



Esta obra está bajo una licencia de **Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 Internacional**. Johana Patricia Lozano Saca, Santiago Israel Apolo Mora, Roberto Barrera Jiménez y Hendy Maier Pérez Barrera.

Declaraciones éticas y editoriales del artículo
Contribución de los autores (Taxonomía CrediT). Johana Patricia Lozano Saca: conceptualización de la investigación, diseño metodológico, desarrollo del proceso investigativo, análisis formal de los datos, redacción del borrador original del manuscrito, revisión crítica del contenido científico y supervisión general del estudio. Santiago Israel Apolo Mora: conceptualización de la investigación, diseño metodológico, desarrollo del proceso investigativo, análisis formal de los datos, redacción del borrador original del manuscrito, revisión crítica del contenido científico y supervisión general del estudio. Roberto Barrera Jiménez: conceptualización de la investigación, diseño metodológico, desarrollo del proceso investigativo, análisis formal de los datos, redacción del borrador original del manuscrito, revisión crítica del contenido científico y supervisión general del estudio. Hendy Maier Pérez Barrera: conceptualización de la investigación, diseño metodológico, desarrollo del proceso investigativo, análisis formal de los datos, redacción del borrador original del manuscrito, revisión crítica del contenido científico y supervisión general del estudio.
Declaración de conflicto de intereses Los autores declaran que no existe conflicto de intereses en relación con la investigación presentada, la autoría del manuscrito ni la publicación del presente artículo.
Declaración de financiamiento La presente investigación no recibió financiamiento específico de agencias públicas, comerciales o de organizaciones sin fines de lucro. En caso de existir financiamiento institucional o externo, este deberá ser declarado explícitamente por los autores en esta sección.
Declaración del editor El editor responsable certifica que el proceso editorial del presente artículo se desarrolló conforme a los principios de integridad científica, transparencia y buenas prácticas editoriales. El manuscrito fue sometido a un proceso de evaluación mediante revisión por pares doble ciego, garantizando la confidencialidad de la identidad de los autores y revisores durante todo el proceso de dictamen académico. Asimismo, el editor declara que el artículo cumple con los criterios científicos, metodológicos y éticos establecidos por la revista.
Declaración de los revisores Los revisores externos que participaron en la evaluación del presente manuscrito declaran haber realizado el proceso de revisión de manera objetiva, independiente y confidencial. Asimismo, manifiestan que no mantienen conflictos de interés con los autores ni con la investigación evaluada, y que sus observaciones y recomendaciones se fundamentan exclusivamente en criterios científicos, metodológicos y académicos.
Declaración ética de la investigación Los autores declaran que la investigación se desarrolló respetando los principios éticos de la investigación científica, garantizando la confidencialidad de los datos y el respeto a los participantes del estudio. En los casos en que la investigación involucre seres humanos, los procedimientos deben ajustarse a los principios éticos establecidos en la Declaración de Helsinki y a las normativas institucionales correspondientes.
Declaración sobre el uso de inteligencia artificial Los autores declaran que el uso de herramientas de inteligencia artificial, en caso de haberse utilizado durante el proceso de investigación o redacción del manuscrito, se realizó únicamente como apoyo técnico para mejorar la claridad del lenguaje o el análisis de información, manteniendo siempre la responsabilidad intelectual sobre el contenido del artículo. Las herramientas de inteligencia artificial no fueron utilizadas como autoras del manuscrito ni sustituyen la responsabilidad académica de los investigadores.
Disponibilidad de datos Los datos que respaldan los resultados de esta investigación estarán disponibles previa solicitud razonable al autor de correspondencia, respetando las normas éticas y de confidencialidad establecidas por la investigación.

