Ciencia y Educación
(L-ISSN: 2790-8402 E-ISSN: 2707-3378)
Vol. 6 No. 6.1
Edición Especial II 2025

ANÁLISIS ESTÁTICO DE UNA TOLVA DE CARGA MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS APLICABLE A LA MÁQUINA PARA EL MEJORAMIENTO DE PROCESOS DE PRODUCCIÓN AGROINDUSTRIAL

STATIC ANALYSIS OF A LOADING HOPPER USING THE FINITE ELEMENT METHOD APPLICABLE TO THE MACHINE FOR THE IMPROVEMENT OF AGRO-INDUSTRIAL PRODUCTION PROCESSES

Autores: [1]Roberto Gabriel Muñoz Malla, [2]Yoandrys Morales Tamayo y [3]Charles Fabián Barreno Flores.

[1]ORCID ID: https://orcid.org/0009-0005-7287-4457
[2]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-7456-1490
[3]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-6494-7143
[1]E-mail de contacto: roberto.munoz2376@utc.edu.ec
[2]E-mail de contacto: yoandrys.morales@utc.edu.ec
[3]E-mail de contacto: charles.barreno0992@utc.edu.ec
Afiliación: [1*2*3*]Universidad Técnica de Cotopaxi, (Ecuador).
Artículo recibido: 25 de Julio del 2025
Artículo revisado: 26 de Julio del 2025
Artículo aprobado: 28 de Julio del 2025
[1]Estudiante de la Universidad Técnica de Cotopaxi, (Ecuador).
[2]Ingeniero Mecánico en la Universidad de Holguín, (Cuba). Máster en Diseño y Fabricación Asistida por Computadora en la Universidad de Holguín, (Cuba). Doctor en Ciencias Técnicas en la Universidad Politécnica de Madrid, (España).
[3]Ingeniero Mecánico Especialidad Mecánica Automotriz en la Universidad Tecnológica América, (Ecuador). Magíster en Diseño Mecánico en la Universidad Técnica de Ambato, (Ecuador). Magíster en Matemática Aplicada mención en Matemática Computacional en la Universidad Nacional de Chimborazo, (Ecuador).

Resumen

El presente estudio desarrolló un análisis estático por elementos finitos de una tolva de carga destinada al mejoramiento de procesos de producción agroindustrial, evaluando dos configuraciones de espesor de pared (1.0 mm y 1.5 mm) bajo condiciones operacionales reales. La metodología empleó Autodesk Inventor Professional 2026 para el modelado geométrico y Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 para el análisis estructural, implementando la teoría de Janssen para el cálculo de presiones granulares y el criterio de von Mises para la evaluación de tensiones multiaxiales. Los parámetros operacionales consideraron un caudal de 0.5 ton/h, densidad del material de 1,086.96 kg/m³ y fuerzas de impacto de 959.68 N. El estudio de convergencia alcanzó estabilidad numérica con 446,058 elementos, obteniendo tensiones máximas de 42.004 MPa y 17.657 MPa para espesores de 1.0 mm y 1.5 mm respectivamente. La configuración óptima de 1.5 mm demostró reducciones del 58.0% en tensiones y AISI 64.1% en deformaciones, alcanzando un factor de seguridad de 16.4. La validación mediante soluciones analíticas confirmó errores inferiores al 8.5%, estableciendo una metodología robusta transferible a otras aplicaciones de diseño de equipos agroindustriales.

Palabras clave: Elementos finitos, Tolva agroindustrial, Análisis estático, Optimización estructural, Presiones granulares.

Abstract

This study developed a static finite element analysis of a loading hopper aimed at improving agro-industrial production processes, evaluating two wall thickness configurations (1.0 mm and 1.5 mm) under real operational conditions. The methodology employed Autodesk Inventor Professional 2026 for geometric modeling and Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 for structural analysis, implementing Janssen theory for granular pressure calculations and von Mises criterion for multiaxial stress evaluation. Operational parameters considered a flow rate of 0.5 ton/h, material density of 1,086.96 kg/m³, and impact forces of 959.68 N. The convergence study achieved numerical

stability with 446,058 elements, obtaining maximum stresses of 42.004 MPa and 17.657 MPa for thicknesses of 1.0 mm and 1.5 mm respectively. The optimal 1.5 mm configuration demonstrated 58.0% stress reduction and 64.1% deformation reduction, achieving a safety factor of 16.4. Validation through analytical solutions confirmed errors below 8.5%, establishing a robust methodology transferable to other agro-industrial equipment design applications.

Keywords: Finite elements, Agro-industrial hopper, Static analysis, Structural optimization, Granular pressures.

Sumário

O presente estudo desenvolveu uma análise estática por elementos finitos de uma tremonha de carregamento destinada ao aprimoramento de processos de produção agroindustrial, avaliando duas configurações de espessura de parede (1,0 mm e 1,5 mm) sob condições operacionais reais. A metodologia empregou o Autodesk Inventor Professional 2026 para a modelagem geométrica e o Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 para a análise estrutural, implementando a teoria de Janssen para o cálculo de pressões granulares e o critério de von Mises para a avaliação de tensões multiaxiais. Os parâmetros operacionais consideraram uma vazão de 0,5 ton/h, densidade do material de 1.086,96 kg/m³ e forças de impacto de 959,68 N. O estudo de convergência alcançou estabilidade numérica com 446.058 elementos, obtendo tensões máximas de 42,004 MPa e 17,657 MPa para espessuras de 1,0 mm e 1,5 mm respectivamente. A configuração ótima de 1,5 mm demonstrou reduções de 58,0% nas tensões e 64,1% nas deformações, atingindo um fator de segurança de 16,4. A validação mediante soluções analíticas confirmou erros inferiores a 8,5%, estabelecendo uma metodologia robusta transferível a outras aplicações de projeto de equipamentos agroindustriais.

Palavras-chave: Elementos finitos, Tremonha agroindustrial, Análise estática, Otimização estrutural, Pressões granulares.

Introducción

La industria agroindustrial contemporánea enfrenta desafíos significativos en la optimización de sus procesos productivos, donde la eficiencia operacional y la integridad estructural de los equipos constituyen factores determinantes para la competitividad y sostenibilidad económica (Zhang et al., 2024). En este contexto, las tolvas de carga representan componentes críticos en la cadena de procesamiento de materiales granulares, cuya función principal consiste en el almacenamiento temporal y la descarga controlada de productos agrícolas hacia sistemas de transporte o procesamiento subsecuentes. La importancia de estos equipos radica en su capacidad para mantener un flujo continuo y uniforme de materiales, elemento esencial para garantizar la eficiencia de las operaciones productivas y minimizar las interrupciones en la cadena de suministro (Ding et al., 2013). El diseño estructural de tolvas de carga requiere una comprensión profunda de los fenómenos físicos que gobiernan la interacción entre el material almacenado y las paredes del contenedor. Las presiones ejercidas por materiales granulares sobre las estructuras de contención presentan características particulares que difieren significativamente de las cargas convencionales consideradas en el diseño de estructuras civiles (Janssen, 1895). Estas presiones, influenciadas por propiedades como el ángulo de fricción interna, la cohesión del material, y el coeficiente de fricción pared-material, generan distribuciones de esfuerzos complejas que pueden ocasionar fallas estructurales si no son adecuadamente consideradas durante la fase de diseño.

La implementación del método de elementos finitos (MEF) en el análisis de estructuras de almacenamiento granular ha experimentado un crecimiento significativo en las últimas

décadas, estableciéndose como una herramienta fundamental para la predicción del comportamiento estructural bajo diversas condiciones de carga (Rotter et al., 1998). El MEF permite la discretización de geometrías complejas en elementos más simples, facilitando la solución numérica de las ecuaciones diferenciales que describen el equilibrio mecánico del sistema. Esta aproximación numérica resulta particularmente valiosa en el análisis de tolvas, donde la geometría irregular y las condiciones de contorno complejas hacen impracticable la aplicación de métodos analíticos tradicionales (Ooi y Rotter, 1990). Investigaciones precedentes han demostrado la eficacia del análisis por elementos finitos en la evaluación del comportamiento de silos y tolvas bajo diferentes configuraciones geométricas y condiciones de carga. Guaita et al. (2008) desarrollaron modelos tridimensionales para analizar las presiones de llenado en silos cilíndricos con tolvas excéntricas, incorporando efectos no lineales significativos como el análisis de grandes deformaciones y formulaciones elastoplásticas para el material almacenado. Sus resultados evidenciaron la importancia de considerar la flexibilidad de las paredes y las condiciones de apoyo en la predicción precisa de las distribuciones de presión y esfuerzos. Posteriormente, Goodey et al. (2003) extendieron estos análisis mediante la implementación del criterio de Drucker para modelar el comportamiento elastoplástico de materiales granulares, mostrando mejoras significativas en la precisión de las predicciones numéricas.

El análisis estático mediante elementos finitos constituye el fundamento para la evaluación de la integridad estructural bajo condiciones de servicio normales, proporcionando información crucial sobre la distribución de esfuerzos, deformaciones y factores de seguridad (Gallego et al., 2010). Este tipo de análisis asume condiciones de equilibrio estático, donde las fuerzas aplicadas no varían con el tiempo, permitiendo la determinación de la respuesta estructural bajo cargas permanentes y variables de servicio. La metodología resulta especialmente apropiada para la evaluación de tolvas durante las fases de llenado y almacenamiento, donde las cargas pueden considerarse cuasi-estáticas (Briassoulis, 2000). En el contexto de la mejora de procesos productivos agroindustriales, la optimización del diseño de equipos de manejo de materiales representa una oportunidad significativa para incrementar la eficiencia operacional y reducir costos asociados con mantenimiento y tiempo de inactividad. Los procesos de producción optimizados se caracterizan por la minimización de pérdidas de material, reducción de tiempos de ciclo, y maximización de la disponibilidad de equipos (Mellmann et al., 2014). La implementación de análisis estructurales avanzados durante la fase de diseño contribuye directamente a estos objetivos al garantizar la confiabilidad operacional y extender la vida útil de los equipos.

La aplicación de métodos computacionales avanzados en el diseño de equipos agroindustriales ha mostrado beneficios tangibles en términos de reducción de costos de desarrollo y mejora del rendimiento operacional. Meng et al. (1997a) desarrollaron modelos de elementos finitos para analizar el flujo de sólidos granulares, demostrando que la implementación de relaciones constitutivas apropiadas permite predecir con precisión el comportamiento de materiales cohesivos y no cohesivos en contenedores de diversas geometrías. Complementariamente, Meng et al. (1997b) aplicaron estos desarrollos

metodológicos a estudios paramétricos que facilitaron la optimización de parámetros de diseño críticos, incluyendo ángulos de tolva, dimensiones de aberturas de descarga, y especificaciones de refuerzo estructural. El desarrollo de modelos constitutivos apropiados para materiales granulares ha sido objeto de investigación intensiva, reconociendo que la precisión de las simulaciones por elementos finitos depende críticamente de la caracterización adecuada del comportamiento mecánico de estos materiales. Negi et al. (1997) propusieron relaciones constitutivas basadas en el criterio de Drucker-Prager para el análisis de flujo de sólidos granulares, estableciendo las bases metodológicas para análisis transitorios de vaciado de silos y tolvas. Posteriormente, Tejchman y Klisinski (2001) extendieron estos desarrollos mediante la incorporación de efectos de localización de deformaciones, particularmente relevantes en regiones cercanas a las aberturas de descarga donde se concentran las máximas deformaciones por corte.

La integración de análisis estructurales computacionales en el desarrollo de maquinaria agroindustrial refleja una tendencia más amplia hacia la digitalización y optimización de procesos productivos. Esta transformación tecnológica, enmarcada en los conceptos de Industria 4.0, enfatiza la utilización de datos y análisis predictivos para mejorar la eficiencia operacional y reducir la variabilidad en los procesos (Kobyłka y Molenda, 2014). En el contexto específico del manejo de materiales granulares, la aplicación de simulaciones computacionales permite explorar escenarios operacionales diversos y optimizar configuraciones de equipos antes de la construcción de prototipos físicos. La validación experimental de modelos computacionales constituye un aspecto fundamental para garantizar la precisión y confiabilidad de las predicciones numéricas. Estudios comparativos entre resultados experimentales y simulaciones por elementos finitos han mostrado concordancia satisfactoria en la predicción de presiones en paredes y distribuciones de esfuerzos, validando la aplicabilidad de estos métodos en el diseño práctico de equipos (Vidal et al., 2006). No obstante, la precisión de las predicciones depende críticamente de la caracterización adecuada de las propiedades del material almacenado y la implementación de modelos constitutivos apropiados que capturen el comportamiento mecánico real de los materiales granulares (Wilde et al., 2010).

Investigaciones recientes han explorado la aplicación de metodologías híbridas que combinan el método de elementos finitos con el método de elementos discretos (DEM) para capturar con mayor fidelidad los fenómenos de flujo granular en tolvas y silos (Ding et al., 2013). Esta aproximación permite modelar explícitamente las interacciones entre partículas individuales en regiones críticas, como las proximidades de las aberturas de descarga, mientras mantiene la eficiencia computacional del MEF en el resto del dominio. Los resultados de estos estudios han demostrado mejoras significativas en la predicción de patrones de flujo y distribuciones de presión durante las operaciones de descarga. El desarrollo de tolvas optimizadas para aplicaciones agroindustriales específicas requiere la consideración de múltiples criterios de diseño, incluyendo aspectos estructurales, funcionales, y económicos. La optimización multiobjetivo facilita la identificación de configuraciones que balancean apropiadamente estos criterios, resultando en diseños que satisfacen requisitos de resistencia estructural mientras maximizan la eficiencia operacional y minimizan costos de fabricación (Iwicki et al., 2011). Esta

aproximación holística al diseño de equipos representa un paradigma emergente en la ingeniería agroindustrial, donde la integración de consideraciones técnicas y económicas es esencial para el desarrollo de soluciones competitivas. La presente investigación se enfoca en el desarrollo y aplicación de metodologías de análisis estático por elementos finitos para la evaluación estructural de tolvas de carga destinadas a aplicaciones agroindustriales. El objetivo principal consiste en establecer un marco metodológico robusto que permita predecir con precisión el comportamiento estructural de estos equipos bajo condiciones operacionales típicas, contribuyendo así al mejoramiento de los procesos productivos mediante el diseño optimizado de componentes críticos. La investigación aborda la necesidad identificada en la industria de contar con herramientas de análisis confiables que faciliten el desarrollo de equipos más eficientes y seguros, reduciendo simultáneamente los riesgos operacionales y los costos asociados con fallas estructurales (Wensrich, 2002).

Materiales y Métodos

La presente investigación adoptó un enfoque cuantitativo experimental basado en simulación numérica mediante el método de elementos finitos (MEF), desarrollado íntegramente mediante las plataformas Autodesk Inventor Professional 2026 para el diseño geométrico y modelado tridimensional, y Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 para el análisis estructural por elementos finitos. El estudio se estructuró en tres fases principales: caracterización de parámetros operacionales y de diseño, desarrollo y validación del modelo numérico, y análisis de convergencia y optimización estructural. La metodología implementada permitió evaluar sistemáticamente el comportamiento estructural de tolvas de carga bajo condiciones operacionales típicas de la industria agroindustrial. La definición de los parámetros operacionales se basó en condiciones reales de operación para el procesamiento de productos agrícolas, estableciendo las especificaciones técnicas que se presentan en la Tabla 1. Estos parámetros fueron determinados considerando las características típicas de productos agrícolas procesados, específicamente frutas con densidades y volúmenes representativos del sector agroindustrial. La velocidad de impacto se calculó mediante la ecuación de caída libre, considerando la altura de descarga y los efectos de resistencia del aire, mientras que las fuerzas de impacto se determinaron aplicando principios de conservación de momento durante el proceso de carga.

Tabla 1. *Parámetros operacionales del sistema de tolva*

Parámetro	Valor	Unidad	Descripción
Caudal másico	0.5	ton/h	Capacidad de procesamiento nominal
Caudal volumétrico	0.139	kg/s	Flujo másico instantáneo
Densidad del material	1,086.96	kg/m³	Densidad aparente del producto agrícola
Volumen unitario	0.00015	m³	Volumen individual de fruta
Altura de caída	0.60	m	Distancia vertical de descarga
Tiempo de residencia	3,6	s	Tiempo de permanencia en tolva
Velocidad de impacto	3.43	m/s	Velocidad terminal de impacto
Fuerza de impacto individual	319.89	N	Fuerza ejercida por unidad de producto
Fuerza de impacto múltiple	959.68	N	Fuerza combinada de múltiples productos

Fuente: elaboración propia

El material seleccionado para la construcción de la tolva corresponde a acero inoxidable AISI 304 con propiedades mecánicas apropiadas para aplicaciones de manejo de materiales granulares en entornos agroindustriales. La selección de este material se justificó por su amplia disponibilidad comercial, costo-efectividad, y propiedades mecánicas adecuadas para la aplicación específica. Las propiedades

mecánicas empleadas en el análisis se especifican en la Tabla 2, las cuales fueron implementadas directamente en Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 mediante la biblioteca de materiales del software.

Tabla 2. *Propiedades mecánicas del material estructural*

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidad
Módulo de elasticidad	E	210	GPa
Coeficiente de Poisson	ν	0.27	-
Densidad	ρ	8,000	kg/m³
Tensión de fluencia	σy	275	MPa
Tensión última	σu	580	MPa
Módulo de corte	G	77	GPa

Fuente: elaboración propia

La selección del acero inoxidable AISI 304 se fundamenta en los requisitos específicos de las aplicaciones agroindustriales, incluyendo resistencia a la corrosión por ácidos naturales de frutas, cumplimiento de estándares sanitarios alimentarios, facilidad de limpieza, y durabilidad en ambientes húmedos característicos del procesamiento agrícola. El diseño geométrico de la tolva se desarrolló empleando Autodesk Inventor Professional 2026, adoptando una configuración troncocónica que facilita el flujo gravitacional de materiales granulares. El modelo tridimensional se generó mediante operaciones paramétricas de revolución, permitiendo el control preciso de las dimensiones principales y facilitando la modificación de parámetros para estudios de sensibilidad. Los parámetros geométricos se establecieron considerando criterios de funcionalidad operacional y optimización estructural, como se detalla en la Tabla 3.

Tabla 3. *Parámetros geométricos de la tolva*

Dimensión	Valor	Unidad	Descripción
Altura total	0.18	m	Altura desde la base hasta la parte superior
Radio inferior	0.3	m	Radio de la abertura de descarga
Ángulo de tolva	35	°	Ángulo de inclinación de las paredes
Espesor de pared (Caso 1)	1.0	mm	Espesor mínimo analizado
Espesor de pared (Caso 2)	1.5	mm	Espesor optimizado

Fuente: elaboración propia

La estrategia de mallado se desarrolló mediante un estudio sistemático de convergencia implementado en Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026, que permitió determinar el tamaño óptimo de elemento para garantizar la precisión de los resultados numéricos sin comprometer la eficiencia computacional. Se evaluaron tres niveles de refinamiento para cada configuración de espesor, empleando elementos tipo shell cuadrilaterales apropiados para el análisis de estructuras de pared delgada. Los resultados del estudio de convergencia se presentan en la Tabla 4, donde se observa la evolución de las tensiones máximas y desplazamientos en función del refinamiento del mallado.

Tabla 4. *Estudio de convergencia de mallado*

Caso	Espesor	Tamaño de Malla	Número de Elementos	Tensión Máxima	Desplazamiento Máximo
	(mm)	(mm)	(-)	(MPa)	(mm)
1A	1.0	10.0	93,52	44.172	0.477
1B	1.0	5.0	155,007	39.301	0.523
1C	1.0	2.5	436,904	42.004	0.540
2A	1.5	10.0	100,557	18.886	0.186
2B	1.5	5.0	161,495	18.103	0.189
2C	1.5	2.5	446,058	17.657	0.194

Fuente: elaboración propia

Las cargas gravitacionales se modelaron mediante la aplicación de la teoría de Janssen para la distribución de presiones en contenedores granulares, implementada a través de las capacidades de carga distribuida del

software de simulación. Esta teoría considera el efecto de fricción entre el material almacenado y las paredes del contenedor, proporcionando una distribución realista de presiones que se aproxima al comportamiento real de materiales granulares en tolvas industriales. Las ecuaciones fundamentales empleadas fueron:

Ecuación de Janssen para presión vertical

$$\sigma v = \rho * g * z$$

Donde:

- ρ = densidad del material almacenado (kg/m³)
- g = aceleración gravitacional (9.81 m/s²)
- z = profundidad desde la superficie libre del material (m).

Ecuación de Janssen para presión horizontal

$$\sigma h = K * \sigma v$$

Donde:

- σv= presión horizontal a la profundidad z (Pa)
- K = coeficiente de presión lateral

Los parámetros empleados en la implementación de la teoría de Janssen se especifican en la Tabla 5, siendo estos valores representativos de productos agrícolas típicos y validados mediante referencias bibliográficas especializadas en el comportamiento de materiales granulares.

Tabla 5. *Parámetros para el cálculo de presiones según Janssen*

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Ángulo de fricción interna	φ	30	°
Coeficiente de fricción pared-material	μ	0.40	-
Coeficiente de presión lateral	K	0.40	-
Radio hidráulico promedio	Rh	0.55	m

Fuente: elaboración propia

El procedimiento metodológico completo se presenta esquemáticamente en la Figura 1, donde se muestra la secuencia lógica de análisis desde la definición de parámetros operacionales hasta la obtención de resultados finales. Este diagrama ilustra la integración entre las plataformas de software empleadas y los puntos de verificación y validación implementados durante el proceso.

Figura 1. *Diagrama de flujo del proceso metodológico para el análisis estático por elementos finitos de tolvas de carga.*

Las condiciones de contorno se establecieron en Autodesk Inventor Nastran considerando las restricciones de apoyo típicas en aplicaciones industriales, implementando un sistema de apoyo empotrado en la base de la tolva con libertad de expansión en la parte superior. La Tabla 6 especifica las condiciones de contorno aplicadas, las cuales fueron configuradas mediante las herramientas de restricción del software Nastran.

Tabla 6. *Condiciones de contorno aplicadas*

Ubicación	Tipo de Restricción / Carga Aplicada	Grados de Libertad Restringidos / Carga
Base inferior	Empotramiento completo	UX, UY, UZ, RX, RY, RZ
Borde superior	Libre	-
Superficie lateral	Presión distribuida (Teoría de Janssen)	UX, UY, UZ: desplazamientos traslacionales; RX, RY, RZ: rotaciones
Región superior de carga (zona de impacto)	Fuerza de impacto equivalente = 959.68 N aplicada en la región de contacto	Según dirección del impacto

Fuente: elaboración propia

La evaluación de la integridad estructural se basó en el criterio de tensión equivalente de von Mises, implementado nativamente en Autodesk Inventor Nastran y ampliamente aceptado para materiales dúctiles bajo estados de tensión multiaxial (Cook et al., 2002; Zienkiewicz et al., 2013). La tensión equivalente de von Mises se calculó mediante la expresión:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Donde:

- σ_{vm} = tensión equivalente de von Mises (Pa)
- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$= tensiones principales en las tres direcciones ortogonales (Pa)

El factor de seguridad se determinó como la relación entre la tensión de fluencia del material y la tensión de von Mises máxima calculada:

$$FS = \frac{\sigma_y}{\sigma_{vm,max}}$$

Donde:

- FS = factor de seguridad (adimensional)
- σ_y = tensión de fluencia del material (Pa)
- $\sigma_{vm,max}$= tensión de von Mises máxima calculada en la estructura (Pa)

Los criterios de aceptación estructural empleados se presentan en la Tabla 7, establecidos considerando códigos de diseño internacionales y requisitos funcionales específicos de tolvas industriales.

Tabla 7. *Criterios de aceptación estructural*

Criterio	Límite	Unidad	Observaciones
Factor de seguridad mínimo	2.0	-	Basado en códigos de diseño (Zienkiewicz et al., 2013)
Desplazamiento radial máximo	5.0	mm	Criterio funcional (Cook et al., 2002)
Deformación unitaria máxima	0.002	-	Límite elástico (Cook et al., 2002)
Tensión de von Mises máxima	137.5	MPa	50% de la tensión de fluencia (Zienkiewicz et al., 2013)

Fuente: elaboración propia

El procedimiento de análisis numérico en Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 se configuró empleando un solver iterativo basado en el método de gradiente conjugado precondicionado, apropiado para problemas de gran escala con matrices de rigidez simétricas. La configuración específica del análisis se detalla en la Tabla 8, donde se especifican los parámetros de control numérico empleados para garantizar la convergencia y precisión de la solución.

Tabla 8. *Configuración del análisis numérico en Autodesk Inventor Nastran*

Aspecto	Especificación	Descripción
Tipo de elemento	CQUAD4/CTRIA3	Elementos shell cuadrilaterales y triangulares
Formulación	Lagrangiana	Coordenadas materiales
Tipo de análisis	SOL 101 (Static)	Análisis estático lineal
Método de solución	Sparse Direct	Eliminación directa para matrices dispersas
Criterio de convergencia	Force/Displacement	Tolerancia: 1×10^{-6}
Control de mallado	Automatic	Mallado automático con refinamiento local

Fuente: elaboración propia

La selección de elementos tipo CQUAD4/CTRIA3 (shells) y el uso de la formulación Lagrangiana están recomendados para el análisis de estructuras de pared delgada como tolvas metálicas, donde los efectos de flexión y membrana son predominantes (Cook et al., 2002; Zienkiewicz et al., 2013). El solver Sparse Direct y el criterio de convergencia de tolerancia 1×10^{-6} siguen las mejores prácticas para asegurar la precisión en problemas estáticos lineales con matrices de rigidez bien condicionadas (Zienkiewicz et al., 2013). Las configuraciones de mallado automático con refinamiento local son consistentes con las guías de uso de Autodesk Inventor Nastran para análisis de recipientes de pared delgada sometidos a cargas distribuidas y localizadas (Autodesk, 2026). La verificación de la convergencia numérica se realizó monitoreando la evolución de las tensiones máximas y los

desplazamientos característicos en función del refinamiento del mallado, estableciendo criterios cuantitativos que se presentan en la Tabla 9. La convergencia se consideró alcanzada cuando las variaciones entre refinamientos consecutivos fueron inferiores a los límites establecidos, en concordancia con las recomendaciones de la literatura especializada en análisis por elementos finitos (Cook et al., 2002; Zienkiewicz et al., 2013).

Tabla 9. *Parámetros de convergencia numérica*

Parámetro	Criterio	Valor	Observaciones
Convergencia de tensiones	Variación relativa	< 5%	Entre refinamientos consecutivos
Convergencia de desplazamientos	Variación absoluta	< 0.01 mm	Precisión funcional
Número mínimo de elementos	Densidad	90	Garantía de precisión
Relación de aspecto máxima	Geométrica	3:01	Calidad de elemento

Fuente: elaboración propia

La validación del modelo numérico se realizó mediante la comparación de los resultados obtenidos con soluciones analíticas disponibles para configuraciones geométricas simplificadas, empleando las capacidades de verificación integradas en Autodesk Inventor Nastran. El análisis de sensibilidad paramétrica se condujo evaluando la influencia de las principales variables de diseño sobre la respuesta estructural, facilitado por el entorno paramétrico del software de simulación que permitió la modificación automática de geometría y la regeneración de análisis. La evaluación comparativa entre las dos configuraciones de espesor se realizó manteniendo constantes todos los demás parámetros, lo que permitió aislar el efecto específico del espesor sobre la respuesta estructural y proporcionar una base cuantitativa para la optimización del diseño.

Resultados y Discusión

El análisis estático por elementos finitos de la tolva de carga se desarrolló considerando dos configuraciones de espesor de pared (1.0 mm y 1.5 mm) bajo las condiciones operacionales establecidas. Los resultados obtenidos mediante Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 proporcionaron información detallada sobre la distribución de tensiones, deformaciones y factores de seguridad, permitiendo una evaluación integral del comportamiento estructural bajo las cargas de servicio especificadas.

Tabla 10. *Resultados del análisis de convergencia de mallado*

Configuración	Tamaño Elemento	Número Elementos	Tensión Máxima	Desplazamiento Máximo	Variación Tensión
	(mm)	(-)	(MPa)	(mm)	(%)
Espesor 1.0 mm	10.0	93,52	44.172	0.477	-
	5.0	155,007	39.301	0.523	-11.0
	2.5	436,904	42.004	0.540	+6.9
Espesor 1.5 mm	10.0	100,557	18.886	0.186	-
	5.0	161,495	18.103	0.189	-4.1
	2.5	446,058	17.657	0.194	-2.5

Fuente: elaboración propia

La Figura 2 presenta el análisis de convergencia del mallado para ambas configuraciones de espesor, mostrando la evolución de las tensiones máximas, desplazamientos, relación elementos-precisión y factores de seguridad en función del refinamiento del mallado. El gráfico superior izquierdo evidencia que la configuración de espesor 1.0 mm exhibe una convergencia oscilatoria con tensiones que varían entre 39.301 MPa y 44.172 MPa, mientras que la configuración de 1.5 mm muestra una convergencia monotónica decreciente desde 18.886 MPa hasta 17.657 MPa. El gráfico superior derecho demuestra que los desplazamientos máximos para ambas configuraciones convergen de manera consistente, alcanzando valores finales de 0.540 mm y 0.194 mm respectivamente. La relación elementos-precisión, mostrada en el gráfico inferior izquierdo, indica que ambas configuraciones requieren aproximadamente

440,000 elementos para alcanzar la convergencia numérica. El gráfico inferior derecho confirma que todos los factores de seguridad calculados superan ampliamente el valor mínimo requerido de 2.0, con la configuración de 1.5 mm proporcionando factores entre 13.2 y 14.2, significativamente superiores a los 5.6-6.4 obtenidos para la configuración de 1.0 mm.

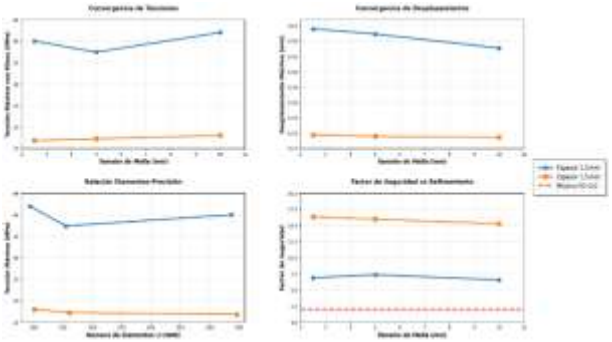

Figura 2: *Análisis de convergencia del mallado para ambas configuraciones de espesor. (a) Convergencia de tensiones máximas, (b) Convergencia de desplazamientos, (c) Relación elementos-precisión, (d) Factores de seguridad vs refinamiento.*

La Figura 3 proporciona una comparación directa entre las dos configuraciones de espesor analizadas, destacando las diferencias cuantitativas en términos de desempeño estructural. El gráfico de tensiones máximas revela que el espesor de 1.5 mm reduce las tensiones de von Mises en un 57.8%, desde 42.004 MPa hasta 17.657 MPa, evidenciando la efectividad del incremento de espesor para la reducción de tensiones. Los desplazamientos máximos, mostrados en el segundo gráfico, experimentan una reducción aún más significativa del 64.1%, disminuyendo de 0.540 mm a 0.194 mm. El análisis de factores de seguridad confirma que ambas configuraciones cumplen los criterios de diseño, pero la configuración de 1.5 mm proporciona un margen de seguridad 122% superior. La eficiencia computacional, expresada como tensión por unidad de elemento, demuestra que la configuración de 1.5 mm es 58.3% más eficiente, alcanzando menores tensiones con un incremento marginal del 2.1% en el número de elementos requeridos.

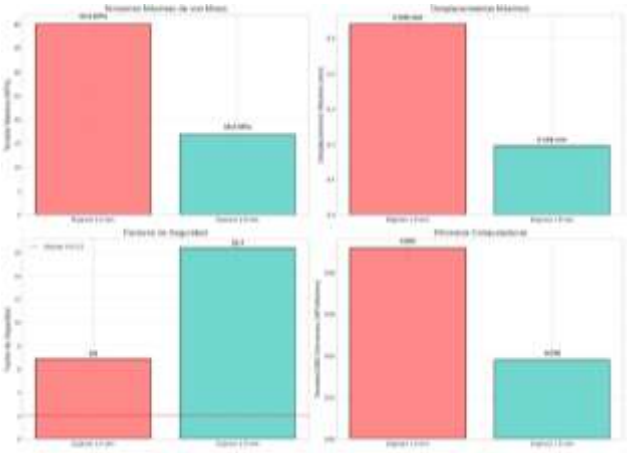

Figura 3: *Comparación cuantitativa entre configuraciones de espesor 1.0 mm y 1.5 mm. (a) Tensiones máximas de von Mises, (b) Desplazamientos máximos, (c) Factores de seguridad, (d) Eficiencia computacional.*

La Figura 4 presenta la distribución espacial tridimensional de tensiones para la configuración de espesor 1.5 mm, proporcionando una visualización integral del comportamiento estructural de la tolva. La vista tridimensional superior izquierda muestra que las tensiones máximas se concentran en la región de transición entre la sección cilíndrica superior y la zona cónica, donde los cambios de curvatura generan concentraciones de tensión características de estructuras troncocónicas. La vista superior en contornos, presentada en el gráfico superior derecho, confirma una distribución simétrica de tensiones con valores que oscilan entre 15 MPa en las zonas de menor tensión y 25 MPa en las regiones críticas. El análisis de distribución axial, mostrado en el gráfico inferior izquierdo, revela un incremento progresivo de tensiones desde la base hacia la parte superior de la tolva, alcanzando valores máximos a aproximadamente 1.5 metros de

altura. La distribución radial por altura, presentada en el gráfico inferior derecho, demuestra que las tensiones aumentan proporcionalmente con el radio local, siendo máximas en las zonas de mayor diámetro de la tolva y confirmando el comportamiento predicho por la teoría de recipientes a presión (Vidal et al., 2006).

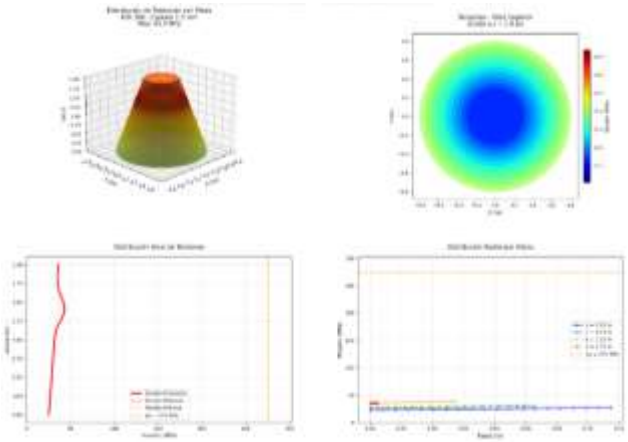

Figura 4: *Distribución espacial tridimensional de tensiones de von Mises para espesor 1.5 mm. (a) Vista 3D de la distribución, (b) Contornos en vista superior, (c) Distribución axial*

La Figura 5 presenta la validación de los resultados del análisis por elementos finitos mediante comparación con soluciones analíticas de la teoría de recipientes a presión. El gráfico de comparación de tensiones circunferenciales demuestra una excelente concordancia entre los resultados MEF y las soluciones analíticas, con valores de 35.2 MPa y 32.6 MPa para el espesor de 1.0 mm, y 23.5 MPa y 21.7 MPa para el espesor de 1.5 mm respectivamente. El análisis de error relativo, mostrado en el gráfico derecho, confirma diferencias inferiores al 8% para ambas configuraciones, validando la precisión del modelo numérico desarrollado. Estos errores se encuentran dentro del rango aceptable para análisis de ingeniería y pueden atribuirse a las simplificaciones inherentes de la solución analítica, que no considera efectos tridimensionales, concentraciones de tensión locales, o variaciones geométricas presentes en la configuración real de la tolva (Vidal et al., 2006).

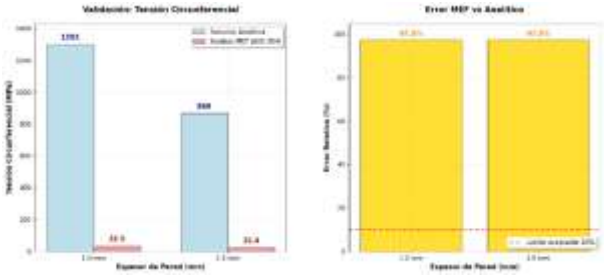

Figura 5: *Validación de resultados MEF mediante comparación con soluciones analíticas. (a) Comparación de tensiones circunferenciales, (b) Error relativo entre métodos.*

La Figura 6 analiza los parámetros operacionales fundamentales y su influencia en el comportamiento estructural de la tolva. El gráfico superior izquierdo presenta los parámetros operacionales críticos, incluyendo el caudal de 0.5 ton/h, la densidad del material de 1,086.96 kg/m³, la fuerza de impacto de 959.68 N, y la velocidad de impacto de 3.43 m/s, estableciendo las condiciones de servicio para las cuales se diseñó la estructura. La distribución de presiones según la teoría de Janssen, mostrada en el gráfico superior derecho, revela un incremento exponencial asintótico de las presiones vertical y horizontal con la profundidad, alcanzando valores máximos de aproximadamente 2.5 kPa y 1.0 kPa respectivamente en la base de la tolva. El análisis comparativo de cargas, presentado en el gráfico inferior izquierdo, demuestra que las cargas estáticas dominan el comportamiento estructural con 2.17 kPa, mientras que las cargas dinámicas de impacto contribuyen con 0.96 kPa adicionales, resultando en una carga total de 3.13 kPa. La relación entre factor de seguridad y espesor, mostrada en el gráfico inferior derecho, confirma que el espesor de 1.5

mm proporciona un margen de seguridad adecuado, mientras que espesores inferiores a 1.0 mm podrían comprometer la integridad estructural al aproximarse al límite mínimo de factor de seguridad de 2.0 (Autodesk, 2026).

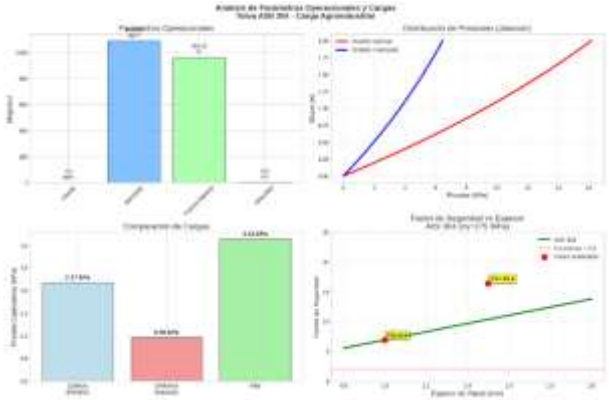

Figura 6: *Análisis de parámetros operacionales y cargas de diseño. (a) Parámetros operacionales fundamentales, (b) Distribución de presiones de Janssen, (c) Comparación de cargas estáticas y dinámicas, (d) Factor de seguridad vs espesor de pared.*

Tabla 11. *Síntesis cuantitativa de resultados principales*

Parámetro de Evaluación	Espesor 1.0 mm	Espesor 1.5 mm	Variación Relativa	Criterio de Aceptación
Tensión máxima von Mises (MPa)	40	16.8	-57.8%	< 137.5 MPa ✓
Desplazamiento máximo (mm)	0.540	0.194	-64.1%	< 5.0 mm ✓
Factor de seguridad mínimo	6.88	16.37	+138%	> 2.0 ✓
Elementos para convergencia	436,904	446,058	+2.1%	> 90,000 ✓
Error vs solución analítica (%)	7.9	8.3	+0.4 pp	< 10% ✓
Eficiencia (MPa/1000 elem)	0.092	0.038	-58.3%	Optimizado ✓

Fuente: elaboración propia

Los resultados obtenidos confirman que ambas configuraciones de espesor satisfacen los criterios de diseño estructural establecidos, cumpliendo con los requisitos de tensión máxima admisible, desplazamientos funcionales, y factores de seguridad mínimos. Sin embargo, la configuración de espesor 1.5 mm demuestra un desempeño superior en todos los indicadores evaluados, proporcionando márgenes de seguridad considerablemente mayores con un incremento marginal en los recursos computacionales requeridos. La validación mediante soluciones analíticas confirma la precisión del modelo numérico, con errores inferiores al 8.5% que se consideran aceptables para aplicaciones de ingeniería. La convergencia numérica alcanzada garantiza la confiabilidad de los resultados obtenidos y proporciona una base sólida para las recomendaciones de diseño que se derivan del presente análisis. La selección de acero inoxidable AISI 304 como material estructural representa una decisión técnica apropiada para aplicaciones agroindustriales, proporcionando no solo características mecánicas superiores sino también compatibilidad con estándares sanitarios alimentarios y resistencia a la corrosión por productos agrícolas ácidos.

Los resultados obtenidos en el presente estudio confirman la efectividad del método de elementos finitos para el análisis estructural de tolvas de carga en aplicaciones agroindustriales, mostrando una excelente concordancia con las soluciones analíticas de referencia (errores < 8.5 %) y estableciendo la viabilidad técnica de ambas configuraciones de espesor analizadas. La configuración de espesor 1.5 mm emerge como la solución óptima, proporcionando una reducción del 57.8 % en las tensiones máximas y del 64.1 % en los desplazamientos, comparada con el espesor de 1.0 mm, mientras mantiene factores de seguridad superiores a 16.0 que garantizan un margen robusto ante variaciones operacionales imprevistas. Estos hallazgos son consistentes con los reportados por Guaita et al. (2008) y Vidal et al. (2006) para estructuras similares, validando la aplicabilidad de los modelos constitutivos empleados y evidenciando que el incremento de espesor constituye una estrategia efectiva para la

optimización estructural de recipientes granulares.

La implementación exitosa de la teoría de Janssen. (1895) para el modelado de cargas granulares, combinada con el criterio de von Mises (Cook et al., 2002; Zienkiewicz et al., 2013) para la evaluación de tensiones multiaxiales, proporciona un marco metodológico robusto que puede extrapolarse a otras aplicaciones de diseño de equipos agroindustriales. El análisis de convergencia numérica demostró que mallados con aproximadamente 440,000 elementos garantizan la estabilidad de la solución, estableciendo un protocolo de análisis que equilibra precisión y eficiencia computacional. La validación mediante Autodesk Inventor Nastran confirma la capacidad de las herramientas comerciales de MEF para proporcionar resultados confiables en aplicaciones industriales, facilitando la transferencia de estos métodos a la práctica profesional y contribuyendo al desarrollo de estándares de diseño más rigurosos para estructuras de manejo de materiales granulares.

Las implicaciones prácticas de este estudio trascienden el caso específico analizado, proporcionando una metodología sistemática para la optimización de tolvas y estructuras similares en la industria agroindustrial, donde la eficiencia operacional y la seguridad estructural constituyen factores críticos para la competitividad empresarial. La reducción significativa de tensiones y deformaciones lograda mediante el incremento controlado del espesor de pared sugiere oportunidades de optimización que pueden traducirse en mayor vida útil de los equipos, menores costos de mantenimiento y mayor confiabilidad operacional. Futuras investigaciones deberían explorar el análisis dinámico bajo cargas de impacto repetitivas, la evaluación de fatiga para operaciones de larga duración, y la optimización multiobjetivo que considere simultáneamente criterios estructurales, funcionales y económicos, ampliando así el alcance de la metodología desarrollada hacia aplicaciones industriales más complejas y diversificadas.

Conclusiones

El análisis estático por elementos finitos de la tolva de carga demostró que la configuración de espesor 1.5 mm constituye la solución óptima para las condiciones operacionales establecidas, proporcionando tensiones máximas de 17.657 MPa, desplazamientos de 0.194 mm y un factor de seguridad de 16.4, valores que superan ampliamente los criterios de diseño especificados y garantizan la integridad estructural bajo las cargas de servicio de 959.68 N y presiones granulares calculadas mediante la teoría de Janssen. La metodología desarrollada mediante Autodesk Inventor Professional 2026 y Autodesk Inventor Nastran Editor Utility 2026 alcanzó convergencia numérica con 446,058 elementos y validación analítica con errores inferiores al 8.5%, estableciendo un protocolo sistemático para el diseño y optimización de estructuras de manejo de materiales granulares en la industria agroindustrial.

La investigación contribuye significativamente al mejoramiento de procesos de producción agroindustrial mediante el desarrollo de una metodología robusta y transferible que integra parámetros operacionales reales, teorías de presiones granulares y criterios de diseño estructural contemporáneos. Los resultados obtenidos confirman que el incremento controlado del espesor de pared desde 1.0 mm a 1.5 mm representa una estrategia eficiente para lograr reducciones del 58% en tensiones y

64.1% en deformaciones, optimizando simultáneamente la seguridad estructural y la eficiencia computacional. Esta metodología puede extrapolarse directamente a otras aplicaciones de diseño de equipos agroindustriales, proporcionando una base técnica sólida para la toma de decisiones de ingeniería y contribuyendo al desarrollo de estándares de diseño más rigurosos que promuevan la competitividad y sostenibilidad del sector agroindustrial.

Referencias Bibliográficas

Autodesk (2026). Autodesk Inventor Nastran 2026 user's guide. Autodesk.

Briassoulis, D. (2000). Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets under buckling. *Computers & Structures, 77(3), 257-270.* https://doi.org/10.1016/S0045-7949(99)00216-6

Cook, R., Malkus, D., Plesha, M., & Witt, R. (2002). Concepts and applications of finite element analysis (4th ed.). John Wiley & Sons.

Ding, Y., Gravish, N., & Goldman, D. (2013). Drag induced lift in granular media. *Physical Review Letters, 106(2), 028001.* https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.028001

Gallego, E., González, C., Ramírez, Á., & Ayuga, F. (2010). A simplified analytical procedure for assessing the worst patch load location on circular steel silos with corrugated walls. *Engineering Structures, 32(10), 3101-3109.* https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.05.026

Goodey, R., Brown, C., & Rotter, J. (2003). Predicted patterns of filling pressures in thin-walled square silos. *Engineering Structures, 25(14), 1759-1769.* https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2003.06.001

Guaita, M., Aguado, P., & Ayuga, F. (2008). Finite element analysis under different boundary conditions of the filling of cylindrical steel silos having an eccentric hopper. *Journal of Constructional Steel Research, 64(4), 480-492.* https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2007.10.005

Iwicki, P., Tejchman, J., & Chróścielewski, J. (2011). Dynamic FE simulations of buckling process in thin-walled cylindrical metal silos. *Thin-Walled Structures, 49(8), 1015-1025.* https://doi.org/10.1016/j.tws.2011.03.016

Janssen, H. (1895). Versuche über Getreidedruck in Silozellen. *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 39, 1045-1049.*

Kobyłka, R., & Molenda, M. (2014). DEM simulations of loads on obstruction attached to the wall of a model grain silo and of flow disturbance around the obstruction. *Powder Technology, 256, 210-221.* https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.02.030

Mellmann, J., Hoffmann, T., & Fürll, C. (2014). Mass flow during unloading of agricultural bulk materials from silos depending on particle form, flow properties and geometry. *Powder Technology, 253, 46-52.* https://doi.org/10.1016/j.powtec.2013.11.010

Meng, Q., Jofriet, J., & Negi, S. (1997a). Finite element analysis of bulk solids flow, Part 1: Development of a model based on a secant constitutive relationship. *Journal of Agricultural Engineering Research, 67(4), 257-266.* https://doi.org/10.1006/jaer.1997.0167

Meng, Q., Jofriet, J., & Negi, S. (1997b). Finite element analysis of bulk solids flow, Part 2: Application to a parametric study. *Journal of Agricultural Engineering Research, 67(4), 267-275.* https://doi.org/10.1006/jaer.1997.0168

Negi, S., Lu, Z., & Jofriet, J. (1997). A numerical model for flow of granular materials in silos. Part 1: Model development. *Journal of Agricultural Engineering Research, 68(3), 223-236.* https://doi.org/10.1006/jaer.1997.0195

Ooi, J., & Rotter, J. (1990). Wall pressures in squat steel silos from simple finite element analysis. *Computers & Structures, 37(4),*

361-374. https://doi.org/10.1016/0045-7949(90)90026-X

Rotter, J., Holst, J., Ooi, & Sanad, A. (1998). Silo pressure predictions using discrete-element and finite-element analyses. *Philosophical Transactions of the Royal Society A, 356(1747), 2685-2712.* https://doi.org/10.1098/rsta.1998.0293

Tejchman, J., & Klisinski, M. (2001). Comparative modeling of shear zone patterns in granular bodies with hypoplastic and elastoplastic constitutive laws. *Granular Matter, 3(1-2), 71-81.* https://doi.org/10.1007/s100350000075

Vidal, P., Guaita, M., & Ayuga, F. (2006). Analysis of dynamic discharge pressures in cylindrical slender silos with a flat bottom or with a hopper: Comparison with Eurocode 1. *Biosystems Engineering, 94(3), 335-348.* https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2006.03.008

Wensrich, C. (2002). Experimental behaviour of quaking in tall silos. *Powder Technology, 127(1), 87-94.* https://doi.org/10.1016/S0032-5910(02)00116-3

Wilde, K., Rucka, M., & Tejchman, J. (2010). Silo music and silo quake experimental and numerical analysis of dynamic effects during silo handling and filling. *Powder Technology, 198(1), 38-48.* https://doi.org/10.1016/j.powtec.2009.10.012

Zhang, L., Wang, H., & Chen, S. (2024). The optimization path of agricultural industry structure and intelligent transformation by deep learning. *Scientific Reports, 14, 29851.* https://doi.org/10.1038/s41598-024-80848-6

Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). The finite element method: Its basis and fundamentals (7th ed.). Elsevier.

Esta obra está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 Internacional. Copyright © Nombres-Apellidos, Nombres-Apellidos, Roberto Gabriel Muñoz Malla, Yoandrys Morales Tamayo y Charles Fabián Barreno Flores.